בגרות עג יולי 13 מועד קיץ ב שאלון 35005

א. נתונה מערכת משוואות ממעלה ראשונה, של שני ישרים, עם פרמטר a :

$$\begin{cases} 3x-y+a-1=0 \\ x-y+3a+3=0 \end{cases}$$

נביע את שיעורי נקודת החיתוך בין הישרים באמצעות a .

$$\begin{cases} 3x-y+a-1=0 \\ x-y+3a+3=0 \end{cases} \rightarrow \boxed{x=y-3a-3}$$

$$3(y-3a-3)-y+a-1=0$$

$$3y-9a-9-y+a-1=0$$

$$2y=8a+10$$

$$\underline{y=4a+5}$$

$$x=4a+5-3a-3$$

$$\underline{x=a+2}$$

תשובה: פתרון המערכת הוא $(a+2,\ 4a+5)$.

ב. (1) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y=0$:

$$0=4a+5 \rightarrow \boxed{a=-1.25} \rightarrow x=a+2=-1.25+2=0.75 \rightarrow (0.75,\ 0)$$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y מתקיים $x=0$:

$$0=a+2 \rightarrow \boxed{a=-2} \rightarrow y=4a+5=4\cdot(-2)+5=-3 \rightarrow (0,\ -3)$$

תשובה: $a=-1.25$, $a=-2$.

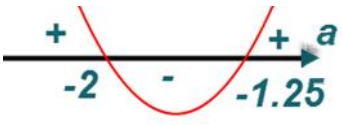
(2) על פי הפתרונות בתת-סעיף ב (1) .

תשובה: $(0.75,\ 0)$, $(0,\ -3)$.

ג. (1) פתרון המערכת $(a+2,\ 4a+5)$ צריך לקיים $x\cdot y<0$, כלומר $(a+2)\cdot(4a+5)<0$.

מתקבלת פרבולה בעלת מינימום (צוחקת), ששלילית עבור $-2<a<-1.25$.

תשובה: $-2<a<-1.25$.



(2) ברביע השני מתקיים $x<0$ ו- $y>0$ וגם $x\cdot y<0$

$a+2<0 \rightarrow a<-2$ וגם $-2<a<-1.25$, ולכן אין פתרון משותף.

תשובה: פתרון המערכת אינו יכול להימצא ברביע השני.

א. (1) הסדרה a_n מוגדרת לכל n טבעי על ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 7n + \text{P} \end{cases}$$

$$(n=1) \quad a_2 = a_1 + 7\cdot 1 + \text{P} = 4 + 7 + \text{P} = 11 + \text{P}$$
$$(n=2) \quad a_3 = a_2 + 7\cdot 2 + \text{P} = 11 + \text{P} + 14 + \text{P} = 25 + 2\text{P}$$

תשובה: $a_2 = 11 + \text{P}$, $a_3 = 25 + 2\text{P}$.

(2) על מנת להפריך טענה מסוימת די בדוגמה אחת שסותרת את הטענה.

$$? \quad a_3 - a_2 = a_2 - a_1$$
$$? \quad 25 + 2\text{P} - (11 + \text{P}) = 11 + \text{P} - 4$$
$$? \quad 25 + 2\text{P} - 11 - \text{P} = 7 + \text{P}$$
$$? \quad 14 + \text{P} \neq 7 + \text{P}$$

תשובה: הסדרה אינה חשבונית, כי ההפרש אינו קבוע.

ב. הסדרה b_n מוגדרת לכל n טבעי על ידי $b_n = 2a_n - 7n^2$.

נוכיח כי הסדרה חשבונית, כאשר נראה כי ההפרש $b_{n+1} - b_n$ קבוע .

$$b_{n+1} = 2a_{n+1} - 7(n+1)^2$$
$$b_{n+1} = 2(a_n + 7n + \text{P}) - 7(n^2 + 2n + 1)$$
$$b_{n+1} = 2a_n + 14n + 2\text{P} - 7n^2 - 14n - 7$$
$$b_{n+1} = 2a_n - 7n^2 + 2\text{P} - 7$$

ועתה נראה כי ההפרש קבוע:

$$b_{n+1} - b_n = 2a_n - 7n^2 + 2\text{P} - 7 - (2a_n - 7n^2)$$
$$b_{n+1} - b_n = 2a_n - 7n^2 + 2\text{P} - 7 - 2a_n + 7n^2$$
$$b_{n+1} - b_n = 2\text{P} - 7$$

לכן ההפרש בין שני איברים עוקבים קבוע (לא תלוי ב- n) והסדרה חשבונית.

הוכחנו.

מסקנות עבור הסעיף הבא: $d = 2\text{P} - 7$, $b_1 = 2a_1 - 7\cdot 1^2 = 2\cdot 4 - 7 = 1$

תשובה: הוכַח.

ג. (1) נתון כי $b_2 - b_1 = 3$, כאשר ההפרש בין שני איברים עוקבים הוא d .

לכן $2\text{P} - 7 = 3$ **ונקבל** $2\text{P} = 10$ **ומכאן ש-** $\text{P} = 5$.

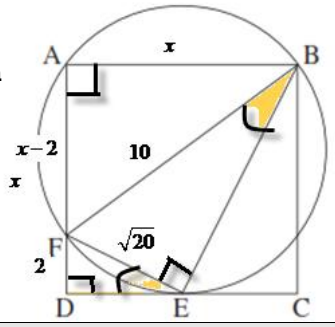
תשובה: $\text{P} = 5$. **מסקנה עבור הסעיף הבא:** $d = 2\cdot 5 - 7 = 3$.

(2) מצאנו כבר כי $b_1 = 1$ ו- $d = 3$.

$$b_{20} = b_1 + 19d = 1 + 19\cdot 3 = 58$$
$$b_{20} = 2a_{20} - 7\cdot 20^2 \quad \rightarrow 58 = 2a_{20} - 2{,}800 \quad \rightarrow 2{,}858 = 2a_{20} \quad \rightarrow \boxed{a_{20} = 1{,}429}$$

תשובה: $a_{20} = 1{,}429$.

בגרות עג יולי 13 מועד קיץ ב שאלון 35005



נתונים

1. ABCD **ריבוע** **2.** DC **משיק למעגל ב-** E

עבור ב. 3. רדיוס המעגל 5 **ס"מ** **4.** 2 **ס"מ** = FD

צ"ל: א. $\Delta EDF \sim \Delta BEF$ **ב** EF **ג. אורך צלע הריבוע**

הסבר		טענה	נימוק
1	5	ABCD **ריבוע**	**נתון**
5	6	$\sphericalangle A = 90°$	**זוויות הריבוע ישרות**
6	7	$\sphericalangle FEB = 90°$	**סכום זוויות נגדיות במרובע** ABEF **חסום במעגל הוא** $180°$
5	8	$\sphericalangle D = 90°$	**זוויות הריבוע ישרות**
8 ,7	9	$\sphericalangle D = \sphericalangle FEB$ **(ז)**	**כלל המעבר**
2	10	DC **משיק למעגל ב-** E	**נתון**
10	11	$\sphericalangle DEF = \sphericalangle FBE$ **(ז)**	**זוויות בין משיק למיתר**
11 ,10	12	$\Delta EDF \sim \Delta BEF$	**משפט דמיון זווית זווית**
מ.ש.ל. א			
12	13	$\frac{ED}{BE} = \frac{EF}{BF} = \frac{DF}{EF}$	**יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים**
3	14	**רדיוס המעגל** 5 **ס"מ**	**נתון**
14 ,6	15	$BF =$ 10 **ס"מ**	**מיתר הנשען על זווית ישרה הוא קוטר וחישוב**
4	16	$FD =$ 2 **ס"מ**	**נתון**
13	17	$EF^2 = BF \cdot DF = 10 \cdot 2$	**חישוב והצבה**
17	18	$EF =$ $\sqrt{20}$ **ס"מ**	**חישוב**
מ.ש.ל. ב			
	19	$AB = x$	**סימון**
19 ,5	20	$AD = x$	**צלעות הריבוע שוות זו לזו וכלל המעבר**
20 ,16	22	$AF = x - 2$	**הפרש קטעים**
22 ,21	23	$\boxed{OK = 0.5R}$	**חישוב**
22 ,20 ,15 ,6	24	$10^2 = x^2 + (x-2)^2$ $100 = x^2 + x^2 - 4x + 4$ $2x^2 - 4x - 96 = 0$ $x_{1,2} = \frac{4 \pm 28}{4}$ $\boxed{x = 8} \leftarrow x > 0$	ΔABF **משפט פיתגורס**
24	25	**אורך צלע הריבוע** 8 **ס"מ**	**חישוב**
מ.ש.ל. ג			

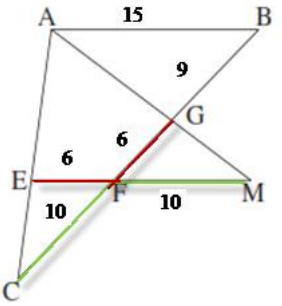
בגרות עג יולי 13 מועד קיץ ב שאלון 35005

נתונים

1. $EF \parallel AB$ **2.** $\sphericalangle AGC = \sphericalangle AEM$ **3.** $CF = FM$

4. עבור ב. $EF = 6$ ס"מ **5.** $AB = 15$ ס"מ **6.** $\frac{GM}{GA} = \frac{2}{3}$

צ"ל: א. $\Delta EFC \cong \Delta GFM$ **ב.** $\Delta GBA \sim \sphericalangle GFM$ **ג.** BC



הסבר		טענה	נימוק
2	7	$\sphericalangle AGC = \sphericalangle AEM$	נתון
7	8	$\sphericalangle FGM = \sphericalangle FEC$	זוויות צמודות לזוויות שוות
	9	$\sphericalangle GFM = \sphericalangle EFC$ **(ז)**	זוויות קדקודיות שוות זו לזו
9 ,8	10	$\sphericalangle GMF = \sphericalangle ECF$ **(ז)**	אם שני זוגות זוויות שוות בין המשולשים אז גם הזוג השלישי שווה כי משלימם ל- $180°$
3	11	$CF = FM$ **(צ)**	נתון
10 ,11 ,9	12	$\Delta EFC \cong \Delta GFM$	משפט חפיפה זווית צלע זווית
		מ.ש.ל. א	
1	11	$EF \parallel AB$	נתון
11	12	$FM \parallel AB$	המשכים של קטעים מקבילים – גם מקבילים
12	13	$\frac{AB}{FM} = \frac{AG}{GM} = \frac{BG}{GF}$	משפט תאלס הרחבה 2
13	14	$\Delta GBA \sim \sphericalangle GFM$	משפט דמיון צלע צלע צלע
		מ.ש.ל. ב	
4	15	$EF = 6$ **ס"מ**	נתון
15 ,12	16	$FG = 6$ **ס"מ**	צלעות מתאימות במשולשים חופפים
6	17	$\frac{GM}{GA} = \frac{2}{3}$	נתון
17 ,13	18	$\frac{GB}{GF} = \frac{AB}{FM} = \frac{2}{3}$	כלל המעבר
18 ,16	19	$GB = 9$ **ס"מ**	חישוב
5	20	$AB = 15$ **ס"מ**	נתון
20 ,18	21	$FM = 10$ **ס"מ**	חישוב
21 ,12	22	$FC = 10$ **ס"מ**	צלעות מתאימות במשולשים חופפים
22 ,19 ,16	23	$BC = 25$ **ס"מ**	סכום קטעים
		מ.ש.ל. ג	

בגרות עג יולי 13 מועד קיץ ב שאלון 35005

א. הסתברות לקליעה במטרה, של כל אחד מהקלעים החובבים, היא 0.4**, ולכן הסתברות ההחטאה היא** 0.6 **.**

יש למצוא את ההסתברות לקליעה / החטאה בסדר הבא: קליעה, החטאה, קליעה, החטאה:

$$p = 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.6 = 0.0576$$

תשובה: ההסתברות היא 0.0576 **.**

ב. נוסף קלע מיומן עם הסתברות קליעה של 0.9 **ובהתאם הסתברות החטאה של** 0.1 **.**

(1) חישוב ההסתברות עבור 2 **מתוך** 4 **החובבים קולעים ייעשה על ידי נוסחת ברנולי**

זו התפלגות בינומית, כאשר $n = 4 \ , \ p = 0.6$ **,** $k = 2$ **.**

$$P_4(2) = \binom{4}{2}(0.6)^2(1-0.6)^{4-2}$$

$$P_4(2) = \frac{4!}{2!(4-2)!} \cdot 0.6^2 \cdot 0.4^2$$

$$P_4(2) = 6 \cdot 0.6^2 \cdot 0.4^2$$

$$P_4(2) = 0.3456$$

ולכן ההסתברות ששני חובבים בדיוק יקלעו וגם הקלע המיומן יפגע היא : $p = 0.3456 \cdot 0.9 = 0.31104$

תשובה: ההסתברות היא 0.31104 **.**

(2) חישוב ההסתברות עבור 3 **מתוך** 4 **החובבים קולעים ייעשה על ידי נוסחת ברנולי**

זו התפלגות בינומית, כאשר $n = 4 \ , \ p = 0.6$ **,** $k = 3$ **.**

$$P_4(3) = \binom{4}{3}(0.6)^3(1-0.6)^{4-3}$$

$$P_4(3) = \frac{4!}{3!(4-3)!} \cdot 0.6^3 \cdot 0.4$$

$$P_4(3) = 4 \cdot 0.6^3 \cdot 0.4$$

$$P_4(3) = 0.3456$$

ולכן ההסתברות ששלושה חובבים בדיוק יקלעו והקלע המיומן יחטיא היא : $p = 0.3456 \cdot 0.1 = 0.03456$

תשובה: ההסתברות היא 0.03456 **.**

(3) ישנם שני מאורעות בהם 3 **פוגעים במטרה מתוך** 5 **:**

שלושת הפוגעים הם החובבים, על פי תת-סעיף ב(2) ההסתברות היא 0.03456 **.**

שני פוגעים הם חובבים והפוגע השלישי הוא המיומן, על פי תת-סעיף ב(1) ההסתברות היא 0.31104 **.**

ולכן ההסתברות המבוקשת היא : $p = 0.03456 + 0.31104 = 0.3456$

תשובה: ההסתברות היא 0.3456 **.**

S - **קבוצת הביצים שהוזמנו בחודש מסוים על ידי רשת מזון גדולה**

A - **קבוצת הביצים הרגילות** B - **קבוצת הביצים האורגניות** C - **קבוצת הביצים המועשרות**

D - **קבוצת הביצים הסדוקות** $\overline{D}$ - **קבוצת הביצים הלא סדוקות**

<u>נתונים ומשמעויות מיידיות</u>

$$P(D)=0.06 \quad \rightarrow P(\overline{D})=0.94$$

$$P(A/D)=\frac{2}{3} \quad \rightarrow P(\overline{A}/D)=\frac{1}{3}$$

$$P(D/A)=\frac{1}{15} \quad \rightarrow P(\overline{D}/A)=\frac{14}{15}$$

$$N(B)=4N(C) \quad \rightarrow P(B)=4P(C)$$

<u>פיתוח נוסחאות פרופורציה מותנית</u>

$$P(A/D)=\frac{P(A\cap D)}{P(D)}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{P(A\cap D)}{0.06}$$

$$P(A\cap D)=0.04$$

$$P(D/A)=\frac{P(D\cap A)}{P(A)}$$

$$\frac{1}{15}=\frac{0.04}{P(A)}$$

$$P(A)=0.6 \quad \rightarrow P(A\cap\overline{D})=0.56$$

מתקבל עד כה ש- $P(B)+P(C)=1-0.6=0.4$ **.**

לכן $4P(C)+P(C)=0.4 \quad \rightarrow P(C)=0.08 \quad \rightarrow P(B)=0.32$

נציב בטבלה ונשלים נתונים (* - הושלם במהלך סעיף ב).

	A **רגילות**	B **אורגניות**	C **מועשרות**	
D- **סדוקות**	0.04	* 0.01	*0.01	0.06
$\overline{D}$- **לא סדוקות**	0.56	* 0.31	* 0.07	0.94
	0.6	0.32	0.08	1

תשובה:ביצים רגילות – 60% **, ביצים אורגניות** – 32% **, ביצים מועשרות** – 8%

ב. נמצא כי $P(D/B)=\frac{1}{32} \quad \rightarrow P(\overline{D}/B)=\frac{31}{32}$.

$$P(\overline{D}/B)=\frac{P(\overline{D}\cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{31}{32}=\frac{P(\overline{D}\cap B)}{0.32}$$

$$P(\overline{D}\cap B)=0.31$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים (*).

נבדוק האם יש קשר סטטיסטי: $P(D/B)=\frac{P(D\cap B)}{P(B)}=\frac{0.01}{0.32}=\frac{1}{32}\neq P(D/C)=\frac{P(D\cap C)}{P(C)}=\frac{0.01}{0.08}=\frac{1}{8}$

תשובה: קיים קשר סטטיסטי.