א. נתונה הפרבולה $y=mx^2+(m-3)x+1$. m **הוא פרמטר ,** $m\neq 0$.

$$a=m,\quad b=m-3,\quad c=1$$

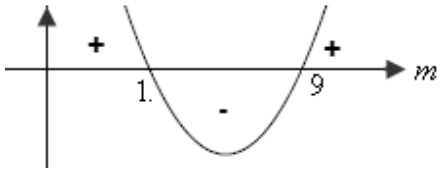
כאשר למשוואה הריבועית $mx^2+(m-3)x+1=0$ **יש פתרון אחד, ציר ה-** x **משיק לפרבולה עבור פתרון אחד נדרש** $\Delta=0$ **.**

$$(m-3)^2-4m=0$$
$$m^2-6m+9-4m=0$$
$$m^2-10m+9=0$$
$$(m-1)(m-9)=0$$
$$m=1,\ m=9$$

ושני הערכים של m **עומדים בתנאי הנתון ,** $m\neq 0$ **.**

תשובה: $m=1$ **או** $m=9$

ב. שני פתרונות שונים יתקבלו כאשר $\Delta>0$



כלומר כאשר $m>9$ **או** $m<1$

(1) כאשר לפרבולה יש מינימום, כלומר $a>0$ **ובמקרה שלנו** $m>0$ **וגם** $m>9$ **או** $m<1$

תשובה: $m>9$ **או** $0<m<1$

(2) כאשר לפרבולה יש מקסימום, כלומר $a<0$ **ובמקרה שלנו** $m<0$ **וגם** $m>9$ **או** $m<1$

תשובה: $m<0$

ג. נתון כי $m=-1$ **. נציב בפונקציה ונקבל:** $y=-x^2-4x+1$

(1) בנקודת הקדקוד מתקיים $x_K=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{-2}=-2$ **,**

תשובה: שיעור ה- x **של קדקוד הפרבולה הוא** -2

(2) בנקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ולכן שיעורי נקודת החיתוך** $(0,1)$ **.**

במקרה זה הישר המקביל לציר ה- x **הוא הפונקציה הקבועה** $y=1$ **.**

שיעור ה- y **של קדקוד הפרבולה הוא** $y=-(-2)^2-4(-2)+1=5$ **, ולכן המרחק המבוקש הוא** $5-1=4$

תשובה: המרחק בין קדקוד הפרבולה לישר הוא 4 **.**

א. <u>בקבוצה א'</u> – החיילים הסתדרו ב- n שורות כך שבשורה הראשונה היו 2 חיילים,
ובכל שורה שאחריה היו 3 חיילים יותר.
זו סדרה חשבונית, שבה: $a_1=2, d=3$ ומספר האיברים בה הוא n.

סכום איברי הסדרה (מספר החיילים בקבוצה) הוא : $\frac{n}{2}(2\cdot 2+3(n-1))=\frac{n}{2}(4+3n-3)=\frac{n}{2}(1+3n)$

<u>בקבוצה ב'</u> – החיילים הסתדרו ב- $n+4$ שורות כך שבכל שורה היו $n+4$ חיילים.
סכום איברי הסדרה (מספר החיילים בקבוצה) הוא : $(n+4)(n+4)=n^2+8n+16$

בשתי הקבוצות יחד היו 244 חיילים.

המשוואה המתאימה: $n^2+8n+16+\frac{n}{2}(1+3n)=244$.

נפתור את המשוואה:

$$n^2+8n+16+\frac{n}{2}(1+3n)=244 \quad /\cdot 2$$
$$2n^2+16n+32+n+3n^2=488$$
$$5n^2+17n-456=0$$
$$n_{1,2}=\frac{-17\pm 97}{10}$$
$$n=8$$

האפשרות השנייה נפסלה כי מספר האיברים בסדרה (מספר השורות) טבעי.

מספר החיילים בקבוצה א' הוא: $\frac{8}{2}(1+3\cdot 8)=100$.

תשובה: מספר החיילים בקבוצה א' הוא 100.

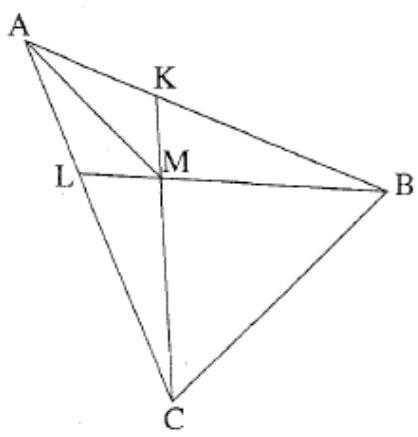
ב. בשתי הקבוצות יחד היו 244 חיילים, אשר מסתדרים ב- 8 שורות.
בכל שורה היו 3 חיילים יותר מבשורה שקדמה לה.
זו סדרה חשבונית, שבה: $d=3$ ומספר האיברים בה הוא 8.

המשוואה המתאימה: $\frac{8}{2}(2a_1+3\cdot(8-1))=244$.

$$4(2a_1+21)=244 \quad /:4$$
$$2a_1+21=61$$
$$2a_1=40$$
$$a_1=20$$
$$a_8=a_1+7d$$
$$a_8=20+7\cdot 3$$
$$\boxed{a_8=41}$$

תשובה: בשורה האחרונה עומדים 41 חיילים.

נתונים



1. $AK = AL$

2. $AB = AC$

עבור ב

3. $\frac{CM}{MK} = \frac{7}{3}$

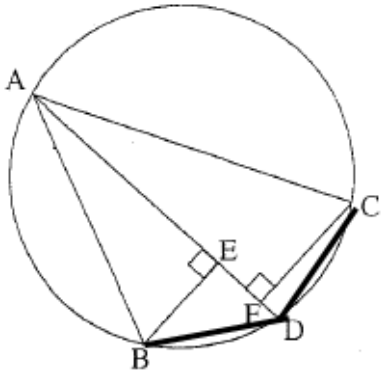
צ"ל: א. (1) $LB = KC$ **(2)** $MK = ML$

(3) AM **חוצה את הזווית** CAB

ב. $\frac{AB}{AL}$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	4	$AB = AC$ **(צ)**	**נתון**
	5	$\mathbf{S}CAK = \mathbf{S}BAL$ **(ז)**	**זווית משותפת**
2	6	$AK = AL$ **(צ)**	**נתון**
4, 5, 6	7	$\Delta CAK \cong \Delta BAL$	**משפט חפיפה צלע זווית צלע**
7	8	$LB = KC$	**צלעות מתאימות במשולשים חופפים**
מ.ש.ל. א (1)			
7	9	$\mathbf{S}AKC = \mathbf{S}ALB$	**זוויות מתאימות במשולשים חופפים**
9	10	$\mathbf{S}BKM = \mathbf{S}CLM$ **(ז)**	**זוויות צמודות לזוויות שוות**
4, 6	11	$KB = LC$ **(צ)**	**כלל החיסור**
7	12	$\mathbf{S}KBM = \mathbf{S}LCM$ **(ז)**	**זוויות מתאימות במשולשים חופפים**
10,11,12	13	$\Delta KBM \cong \Delta LCM$	**משפט חפיפה צלע זווית צלע**
13	14	$MK = ML$	**צלעות מתאימות במשולשים חופפים**
מ.ש.ל. א (2)			
8, 14	15	$AKML$ **דלתון**	**שני משולשים שווי שוקיים עם בסיס משותף**
15	16	AM **חוצה את הזווית** CAB	**אלכסון ראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש**
מ.ש.ל. ב			
3	17	$\frac{CM}{MK} = \frac{7}{3}$	**נתון**
16, 17	18	$\frac{AC}{AK} = \frac{7}{3}$	**משפט חוצה זווית** ΔAKC
4, 6, 18	19	$\frac{AB}{AL} = \frac{7}{3}$	**הצבה**
מ.ש.ל ג			

נתונים



1. $BE \perp AD$

2. $CF \perp AD$

3. $\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{CD}$

4. $AB < AC$

צ"ל: א. $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CF}$

ב. $\frac{\text{שטח } \Delta ABE}{\text{שטח } \Delta ACF} < 1$

ג. $\frac{\text{שטח } \Delta ABD}{\text{שטח } \Delta ACD} < 1$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	5	$\mathbf{S}BEA = 90°$	נתון
2	6	$\mathbf{S}CFA = 90°$	נתון
6 ,5	7	$\mathbf{S}CFA = \mathbf{S}BEA$ (ז)	כלל המעבר
3	8	$\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{CD}$	נתון
8	9	$\mathbf{S}BAE = \mathbf{S}CAF$ (ז)	על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות
9 ,7	10	$\Delta AEB : \Delta AFC$	משפט דמיון זווית זווית
10	11	$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CF}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
מ.ש.ל. א			
4	12	$AB < AC$	נתון
12	13	$\frac{AB}{AC} < 1$	חישוב - מונה קטן ממכנה ,ולכן השבר קטן מ-1
11	14	$\frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta ACF}} = (\frac{AB}{AC})^2$	יחסי שטחים של משולשים דומים שווה לריבוע יחס הצלעות המתאימות
14 ,13	15	$\frac{\text{שטח } \Delta ABE}{\text{שטח } \Delta ACF} < 1$	חישוב-אם שבר קטן מ-1, אז גם ריבועו קטן מ-1
מ.ש.ל ב			
13 ,11	16	$\frac{BE}{CF} < 1$	הצבה
16	17	$\frac{\text{שטח } \Delta ABD}{\text{שטח } \Delta ACD} < 1$	לשני המשולשים צלע משותפת (AD) כאשר גובה אחד (BE) קטן מהשני (CF)
מ.ש.ל. ג			

א. נציג את ההסתברויות לזכייה בשלושת המשחקים בטבלה:

ההסתברות לא לזכות כלל היא המאורע המשלים לזכייה ב- 50 **או** 100 **נקודות,**

ולכן הסתברות זו שווה ל: $1-(\frac{1}{3}+\frac{1}{6})=\frac{1}{2}$

משחק מס'	**זכייה ב-** 50 **נקודות**	**זכייה ב-** 100 **נקודות**	**זכייה ב-** 0 **נקודות**
1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

על מנת לזכות ב- 100 **נקודות בדיוק בשני משחקים רצופים –**

יש לזכות בשניהם ב- 50 **נקודות או ב-** 100 **נקודות רק באחד מהם ובשני לא לזכות כלל.**

בשני $\cdot$ P(100) $\cdot$ **בראשון** P(0 + **בשני** $\cdot$ P(0) $\cdot$ **בראשון** P(100 + **בשני** $\cdot$ P(50) $\cdot$ **בראשון** P(50

$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}=\frac{5}{18}$$

תשובה: ההסתברות שהוא יזכה בסכום כולל של 100 **נקודות בדיוק היא** $\frac{5}{18}$ **.**

ב. ידוע שרונן זכה ב- 100 **נקודות בדיוק – נמצא את ההסתברות שזכה בהן במשחק הראשון.**

$$P(\text{100 בראשון } /\text{100 זכה ב-}) = \frac{P(\text{100 at the 1st} \cap \text{100 at the (1st+2nd)})}{P(\text{100 at the (1st+2nd)})} = \frac{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{5}{18}} = 0.3$$

תשובה: ההסתברות היא 0.3 **.**

ג. יש למצוא מהי ההסתברות שבקבוצה אקראית של 5 אנשים,
יזכו לפחות ארבעה מהם ב- 100 נקודות בדיוק בשני משחקים רצופים.

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $n=5$, $p=\frac{5}{18}$

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי $P_n(k)=\binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$

את ההסתברות למאורע של: "4, או 5 אנשים יזכה 100 נקודות בדיוק בשני משחקים "

4 אנשים בדיוק

$$P_5(4)=\binom{5}{4}(\frac{5}{18})^4(1-\frac{5}{18})^{5-4}$$
$$P_5(4)=\frac{5!}{4!(5-4)!}(\frac{5}{18})^4\cdot(\frac{13}{18})^1$$
$$P_5(4)=5\cdot(\frac{5}{18})^4\cdot\frac{13}{18}$$
$$P_5(4)=0.0215$$

5 אנשים בדיוק

$$P_5(5)=\binom{5}{5}(\frac{5}{18})^5(1-\frac{5}{18})^{5-5}$$
$$P_5(5)=\frac{5!}{5!(5-5)!}(\frac{5}{18})^5\cdot(\frac{3}{18})^0$$
$$P_5(5)=1\cdot(\frac{5}{18})^5\cdot 1$$
$$P_5(5)=(\frac{5}{18})^5$$

ובהתאם: $P(4\text{ at the least})=(\frac{5}{18})^5+0.0215=0.023$

תשובה: ההסתברות היא 0.023 **.**

ד. יש למצוא מהי ההסתברות שכאשר רונן משחק n פעמים הוא לא יזכה ב- 50 נקודות באף אחת מ- n הפעמים,

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $p=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$, $n=n$, $k=0$

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי $P_n(k)=\binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$

$$P_n(n)=\binom{n}{0}(\frac{2}{3})^n(1-\frac{2}{3})^0$$
$$P_n(n)=\frac{n!}{n!(n-0)!}(\frac{2}{3})^n\cdot(\frac{1}{3})^0$$
$$P_n(n)=1\cdot(\frac{2}{3})^n\cdot 1$$
$$P_n(n)=(\frac{2}{3})^n$$

תשובה: ההסתברות היא $(\frac{2}{3})^n$ **.**

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - **קבוצת הנשאלים בסקר**

A **- קבוצת בעלי שכר גבוה מהממוצע**

$\overline{A}$ **- קבוצת בעלי שכר לא גבוה מהממוצע**

B **- קבוצת בעלי השכלה גבוהה**

$\overline{B}$ **- קבוצת חסרי השכלה גבוהה**

<u>נתונים ומשמעויות מיידיות</u>

$$P(\overline{B}/A)=\frac{11}{23}\quad\rightarrow P(B/A)=\frac{12}{23}$$

$$P(\overline{A}/\overline{B})=0.45\quad\rightarrow P(A/\overline{B})=0.55$$

$$P(A)=\frac{21}{41}\quad\rightarrow P(\overline{A})=\frac{20}{41}$$

<u>פיתוח נוסחאות פרופורציה מותנית</u>

$P(\overline{A}/\overline{B})$

$P(\overline{B}/A)=\frac{11}{23}$

$P(\overline{A}/\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\ \mathbf{I}\ \overline{B})}{P(\overline{B})}$

$P(\overline{B}/A)=\frac{P(\overline{B}\ \mathbf{I}\ A)}{P(A)}$

$0.45=\frac{P(\overline{A}\ \mathbf{I}\ \overline{B})}{\frac{20}{41}}$

$\frac{11}{23}=\frac{\frac{11}{41}}{P(A)}$

$P(\overline{A}\ \mathbf{I}\ \overline{B})=\frac{9}{41}$

$P(A)=\frac{23}{41}$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	A **שכר ממוצע ומעלה**	$\overline{A}$ **שכר מתחת לממוצע**	
B **- בעלי השכלה גבוהה**	$\frac{12}{41}$	$\frac{9}{41}$	$\frac{21}{41}$
$\overline{B}$ **- חסרי השכלה גבוהה**	$\frac{11}{41}$	$\frac{9}{41}$	$\frac{20}{41}$
	$\frac{23}{41}$	$\frac{18}{41}$	1

$$N(A)=P(A)\cdot N(S)=\frac{23}{41}\cdot 5248=2,944$$

תשובה: $2,944$ **מהנשאלים בסקר הם בעלי שכר ממוצע ומעלה**

ב. החוקר ציין שהשכירים שהשתתפו בסקר היו בני 40-35 ובעלי ותק של חמש שנות עבודה לפחות במטרה לנטרל גורמים אלו כגורמים מתווכים, העשויים להשפיע על רמת השכר, ולהתמקד בהשפעה רמת ההשכלה על רמת השכר.

ג. $P(A/B)=\frac{P(A \cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{12}{41}}{\frac{21}{41}}=\frac{12}{21}=0.57$

$$P(A/\overline{B})=\frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{\frac{11}{41}}{\frac{20}{41}}=\frac{11}{20}=0.55$$

ולכן $P(A/B)>P(A/\overline{B})$

תשובה: החוקר ראה כי שיעור מקבלי השכר הגבוה מבין בעלי ההשכלה הגבוהה, גבוה משיעור ממקבלי השכר הגבוה מהין חסרי ההשכלה הגבוהה.