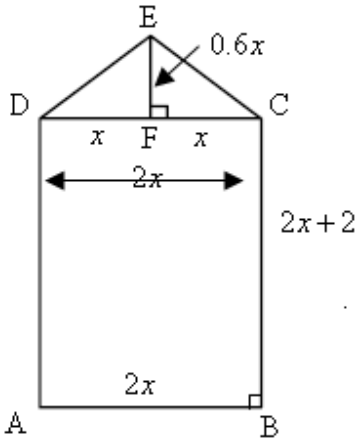
בגרות עא פברואר 11 מועד מיוחד שאלון 35003



א. (1) נציג את הנתונים על ציור מתאים משמאל.

נסמן את אורך הקטע DF **ב-** x **(ס"מ).**

DCE **משולש שווה שוקיים (**$DE=EC$**)**

לכן EF**, הגובה לבסיס המשולש** DCE**, הוא גם תיכון:**

$CF=DF=x$ **ו-** $DC=2x \rightarrow AB=DC=2x$

הצלע CB **של המלבן ארוכה ב-** 2 **ס"מ מהצלע** AB**, לכן** $BC=2x+2$**.**

EF **קצר ב-** 40% **מהקטע** DF **ומכאן ש-** $EF=\frac{100-40}{100}x=0.6x$ **.**

לפי נוסחת שטח משולש: $S_{\Delta DCE}=\frac{DC\cdot EF}{2}=\frac{2x\cdot 0.6x}{2}=0.6x^2$

תשובה: $S_{\Delta DCE}=0.6x^2$ **(סמ"ר)**

(2) לפי נוסחת שטח מלבן: $S_{ABCD}=2x\cdot(2x+2)=4x^2+4x$

תשובה: $S_{ABCD}=4x^2+4x$ **(סמ"ר)**

ב. נתון כי $S_{\Delta DCE}+S_{ABCD}=$ **500 סמ"ר**

המשוואה המתאימה: $0.6x^2+4x^2+4x=500$

$$4.6x^2+4x-500=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-4\pm 96}{9.2}$$

$$x_1=\frac{-4+96}{9.2}=\frac{92}{9.2}=10$$

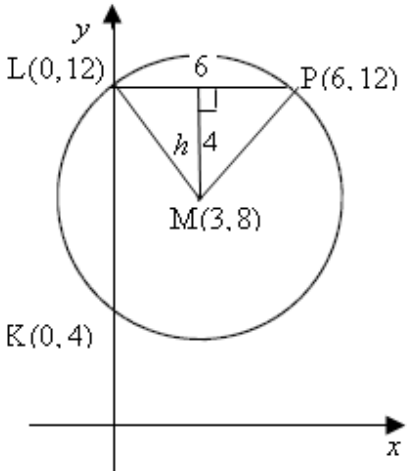
$$x_2=\frac{-4-96}{9.2}=\frac{-100}{9.2}=<0$$

$$\boxed{x=10} \quad \leftarrow x>0$$

ובהתאם: $S_{\Delta DCE}=0.6\cdot 10^2=60$

תשובה: $S_{\Delta DCE}=$ **60 סמ"ר.**

בדיקה: שטח המשולש 60 **סמ"ר, שטח המלבן:** $20\cdot 22=440$ **וסכום השטחים:** 500 **סמ"ר**



א. (1) הנקודה M **היא מרכז המעגל** $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ **.**

מרכז המעגל נמצא על הישר $x=3$ **, כלומר** $x_M=3$

וגם על הישר $y=x+5$ **ובהתאם:** $y_M=3+5=8$

תשובה: ששיעורי מרכז המעגל $M(3,8)$ **.**

(2) נמצא את רדיוס המעגל באמצעות נוסחת מרחק:

$$R=d_{MK}=\sqrt{(3-0)^2+(8-4)^2}=5$$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-3)^2+(y-8)^2=25$

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **.**

$$(0-3)^2+(y-8)^2=25$$

$$9+(y-8)(y-8)=25$$

$$9+y^2-8y-8y+64-25=0$$

$$y^2-16y+48=0$$

$$y_{1,2}=\frac{16\pm 8}{2}\quad\rightarrow y=12,4$$

$$y_K=4\quad\rightarrow y_L=12$$

תשובה: $L(0,12)$

ג. (1) LP **מקביל לציר ה-** x **, לכן** $y_P=y_L=12$ **.**

נציב $y=12$ **במשוואת המעגל:**

$$(x-3)^2+(12-8)^2=25$$

$$(x-3)(x-3)+16=25$$

$$x^2-6x-6x+9+16-25=0$$

$$x^2-6x=0$$

$$x(x-6)=0\quad\rightarrow x=0,6$$

$$x_L=0\quad\rightarrow x_P=6$$

תשובה: $P(6,12)$

2) שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.

$$LP=x_P-x_L=6-0=6$$

$$h=12-8=4$$

$$S_{\Delta LMP}=\frac{6\cdot 4}{2}=12\quad\rightarrow\boxed{S_{\Delta LMP}=12}$$

תשובה: שטח המשולש LMP **הוא** 12 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=4\sqrt{x}-bx$.

המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ **מקביל לישר** $y=x+1$ **, ששיפועו** 1.

לכן: $f'(1)=1$

$$f'(x)=\frac{4}{2\sqrt{x}}-b$$

$$1=\frac{4}{2\sqrt{1}}-b$$

$$\boxed{b=1}$$

הוכח.

נציב $b=1$ **ונקבל:** $\boxed{f(x)=4\sqrt{x}-x}$

ב. תחום ההגדרה: $x\geq 0$ **(ביטוי בתוך השורש הריבועי חייב להיות אי-שלילי)**

תשובה: $x\geq 0$.

ג. נמצא את שיעורי הנקודה שבה נגזרת הפונקציה מתאפסת

$$f'(x)=\frac{4}{2\sqrt{x}}-1$$

$$0=\frac{4}{2\sqrt{x}}-1 \quad /\cdot 2\sqrt{x}$$

$$0=4-2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x}=4 \quad /:2$$

$$\sqrt{x}=2$$

$$x=4$$

והנקודה החשודה כקיצון, היא $(4,4)$ $\rightarrow$ $f(14)=4\sqrt{4}-4=8-4=4$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(3)=\frac{4}{2\sqrt{3}}-1>0, \quad f'(5)=\frac{4}{2\sqrt{5}}-1<0$$

x	5	4	3	0
y'	-	0	+	
מסקנה	↘	**Max**	↗	

בנקודה שבה $x=4$ **עוברים מעליה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום.**

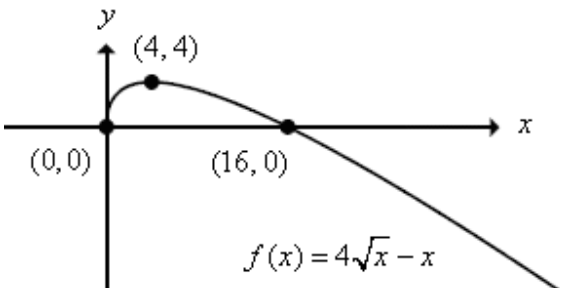
תשובה: $(4,4)$ **מקסימום.**

ד. תשובה, על פי הטבלה, תחום עליה: $0 < x < 4$ **, תחום ירידה** $x > 4$

ה. נציב $x = 16$ **בתבנית הפונקציה** $f(16) = 4\sqrt{16} - 16 = 16 - 16 = 0$

תשובה: גרף הפונקציה עובר בנקודה: $(16, 0)$ **.**

ו. הסקיצה המתאימה:



א. נמצא את נקודות החיתוך בין הפונקציות $f(x)=x+10$ **ו-** $g(x)=-\frac{9}{x}$ **:**

$$-\frac{9}{x}=x+10 \quad /\cdot x$$

$$-9=x^2+10x$$

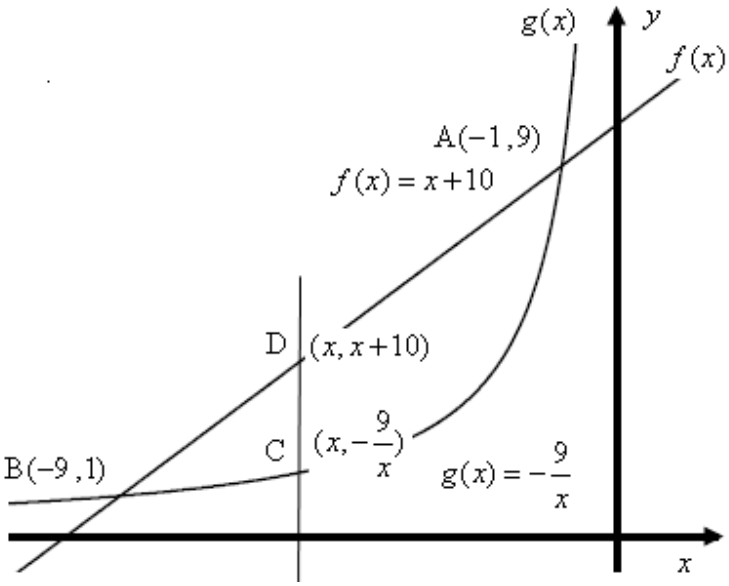
$$0=x^2+10x+9$$

$$x_{1,2}=\frac{-10\pm 8}{2} \quad , \quad x_A>x_B$$

$$x_1=\frac{-10+8}{2}=\frac{-2}{2}=-1 \quad \rightarrow y=-1+10=9 \quad \rightarrow \boxed{A(-1,9)}$$

$$x_2=\frac{-10-8}{2}=\frac{-18}{2}=-9 \quad \rightarrow y=-9+10=1 \quad \rightarrow \boxed{B(-9,1)}$$

תשובה: $A(-1,9)$, $B(-9,1)$



ב. הפונקציה שיש להביא ל*מינימום*

היא *המרחק* CD

שיעורי הנקודה C **הנמצאת על גרף**

הפונקציה $g(x)=-\frac{9}{x}$ **הם** $C(x,-\frac{9}{x})$ **.**

CD **מקביל לציר ה-** y **, לכן** $x_D=x_C$

ושיעורי הנקודה D **הנמצאת על גרף**

הפונקציה $f(x)=x+10$ **הם** $D(x,x+10)$ **.**

$$CD=y_D-y_C$$

$$CD=x+10-(-\frac{9}{x})$$

$$\boxed{CD=x+10+\frac{9}{x}}$$

$$(CD)'=1-\frac{9\cdot 1}{x^2} \quad \rightarrow \boxed{(CD)'=\frac{x^2-9}{x^2}}$$

$$0=\frac{x^2-9}{x^2}$$

$$0=x^2-9$$

$$x^2=9$$

$$x=-3 \quad \leftarrow -9<x_C<-1$$

$$CD'(-4)=\underset{+}{\frac{(-4)^2-9}{}}>0,\quad CD'(-2)=\underset{+}{\frac{(-2)^2-9}{}}<0$$

x	-2	-3	-4
CD'	-	0	+
מסקנה	↘	**Max**	↗

הפונקציה עוברת מעלייה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום.

בהתאם שיעורי הנקודות:

$$C(x,-\frac{9}{x})=(-3,-\frac{9}{-3}=(-3,3)$$

$$D(x,x+10)=(-3,-3+10)=(-3,7)$$

תשובה: $C(-3,3)$, $D(-3,7)$ **.**

ג. נמצא את המרחק המקסימלי של CD **.**

$$CD=y_D-y_C=7-3=4 \qquad \textbf{(ניתן גם } CD(-3)=-3+10+\frac{9}{-3}=-3+10-3=4\textbf{)}$$

תשובה: המרחק המקסימלי של CD **הוא** 4 **יח'.**

א. נתונה הפונקציה $y=-x^2+2x+8$.

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם ל-** $C(0,8)$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **, כאשר** $x_A>0$

$$0=-x^2+2x+8 \quad \rightarrow x_{1,2}=\frac{-2\pm 6}{-2}$$

$$x_1=\frac{-2+6}{-2}=\frac{4}{-2}=-2, \quad x_2=\frac{-2-6}{-2}=\frac{-8}{-2}=\boxed{4} \leftarrow x_A>0$$

תשובה: $A(4,0)$, $C(0,8)$

ב. נתון כי שטח המשולש OBC **הוא** 12 **סמ"ר**

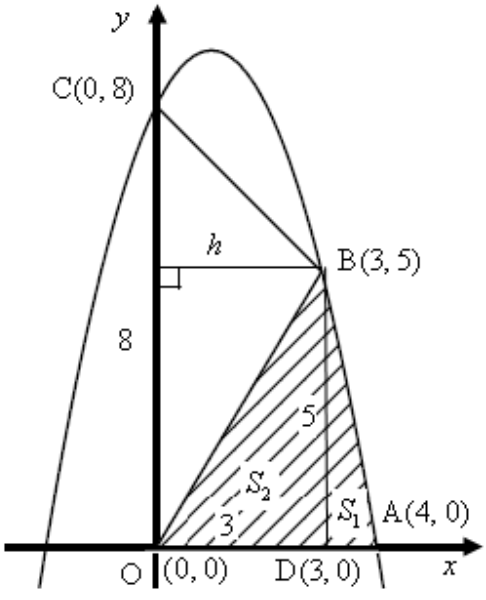
$$OC=y_C-y_O=8-0=8$$

$$h=x_B-0=x_B$$

$$12=\frac{8\cdot x_B}{2} \quad \rightarrow 12=4x_B \quad \rightarrow x_B=3$$

$$y_B=-3^2+2\cdot 3+8=5 \quad \rightarrow \boxed{B(3,5)}$$

תשובה: $B(3,5)$



ב. נחשב שני שטחים:

ולכן $x=3$ **מפריד בין שני השטחים**

$$S_1=\int_3^4(-x^2+2x+8-0)\,dx$$

$$S_1=-\frac{x^3}{3}+\frac{2x^2}{2}+8x\Big]_3^4$$

$$S_1=(-\frac{4^3}{3}+\frac{2\cdot 4^2}{2}+8\cdot 4)-(-\frac{3^3}{3}+\frac{2\cdot 3^2}{2}+8\cdot 3)$$

$$S_1=26\frac{2}{3}-24 \quad \rightarrow \boxed{S_1=2\frac{2}{3}}$$

	S_1
פונקציה עליונה	$y=-x^2+2x+8$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x **גדול**	$x=4$
x **קטן**	$x=3$

$$OD=x_D-x_O=3-0=3$$

$$BD=y_B-y_D=5-0=5$$

$$S_2=\frac{3\cdot 5}{2}=7.5 \quad \rightarrow \boxed{S_2=7.5}$$

והשטח המבוקש: $S=S_1+S_2=2\frac{2}{3}+7.5=10\frac{1}{6}$

תשובה: $10\frac{1}{6}$ **סמ"ר.**

6 למבחן מותאם בלבד

בגרות עא פברואר 11 מועד מיוחד שאלון 35003

א. נתונה הנגזרת $f'(x)=Ax^2-1$ **של הפונקציה** $f(x)$ **.**

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ **היא** $y=3x-2$ **, כלומר השיפוע הוא** $m=3$

לכן: $f'(1)=3$

$$3=A\cdot 1^2-1$$

$$\boxed{A=4}$$

הוכח.

נציב $A=4$ **ונקבל:** $f'(x)=4x^2-1$

ב. נציב $x=1$ **במשוואת המשיק** $y=3x-2$ **, ונקבל את נקודת ההשקה:** $y=3\cdot 1-2=1$

תשובה: שיעורי נקודת ההשקה הם: $(1,1)$ **.**

ג. נמצא את הפונקציה הקדומה של $f'(x)$ **, כלומר את** $f(x)$ **:**

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$

$$f(x)=\int (4x^2-1)\,dx$$

$$f(x)=\frac{4x^3}{3}-x+c$$

נציב את שיעורי נקודת ההשקה $(1,1)$ **בתבנית הפונקציה הקדומה:**

$$1=\frac{4\cdot 1^3}{3}-1+c$$

$$1=\frac{1}{3}+c$$

$$c=\frac{2}{3}$$

$$\boxed{f(x)=\frac{4x^3}{3}-x+\frac{2}{3}}$$

תשובה: $f(x)=\frac{4x^3}{3}-x+\frac{2}{3}$

ד. נמצא את שיעורי הנקודות שבהן נגזרת הפונקציה מתאפסת

$$0 = 4x^2 - 1$$

$$-4x^2 = -1$$

$$x^2 = 0.25$$

$$x = 0.5 \quad \rightarrow f(0.5) = \frac{4 \cdot 0.5^3}{3} - 0.5 + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \quad \rightarrow (\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$$

$$x = -0.5 \quad \rightarrow f(-0.5) = \frac{4 \cdot (-0.5)^3}{3} - (-0.5) + \frac{2}{3} = 1 \quad \rightarrow (-\frac{1}{2}, 1)$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון:

$$f'(-1) = 4 \cdot (-1)^2 - 1 > 0, \quad f'(0) = 4 \cdot 0^2 - 1 < 0, \quad f'(1) = 4 \cdot 1^2 - 1 > 0$$

x	1	0.5	0	−0.5	−1
y'	**+**	0	**-**		**+**
מסקנה	↗	**Min**	↘	**Max**	↗

תשובה: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ **מינימום ,** $(-\frac{1}{2}, 1)$ **מקסימום .**

ה. תשובה, על פי הטבלה, תחומי עלייה: $x > 0.5$ **או** $x < -0.5$ **, תחום ירידה:** $-0.5 < x < 0.5$