א. נסמן ב- x **(קמ"ש) את המהירות שבה יצאו לדרך שני הרוכבים (המהירויות שוות).**

לכן $x-10$ **הוא מהירות רוכב א' לאחר שהאט את מהירותו ב-** 10 **קמ"ש.**

$s=vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נשלים את הנתונים בטבלה.

כלי רכב		זמן t שעות	מהירות v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
רוכב א'	לפני האטה	1	x	x
	אחרי האטה	$\frac{150-x}{x-10}$	$x-10$	$150-x$
רוכב ב'	לפני האטה	$\frac{150}{x}$	x	150

על פי הנתון: רוכב א' הגיע לסוף הדרך $\frac{1}{2}$ **שעה לאחר שהגיע אליו רוכב ב'.**

לכן, המשוואה המתאימה: $\frac{150}{x}+\frac{1}{2}=1+\frac{150-x}{x-10}$

נפתור את המשוואה:

$$\frac{150}{x}+\frac{1}{2}=1+\frac{150-x}{x-10}$$
$$\frac{150}{x}=\frac{1}{2}+\frac{150-x}{x-10} \quad /\cdot 2x(x-10)$$
$$300(x-10)=x(x-10)+2x(150-x)$$
$$300x-3000=x^2-10x+300x-2x^2$$
$$x^2+10x-3000=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-10\pm 110}{2}$$
$$x=\frac{-10+110}{2}$$
$$\boxed{x=50}$$

הפתרון השני נפסל כי הוא שלילי.

תשובה: מהירות היציאה של שני הרוכבים הייתה 50 **קמ"ש.**

ב. רוכב ב' עבר מרחק של 150 **ק"מ במהירות של** 50 **קמ"ש ולכן רכב משך** 3 **שעות .**

רוכב א' הגיע לסוף הדרך חצי שעה מאוחר יותר ולכן רכב משך 3.5 **שעות.**

תשובה: רוכב א' רכב משך 3.5 **שעות עד שהגיע לסוף הדרך ורוכב ב' משך רכב** 3 **שעות.**

א. כיוון שמרכז המעגל M **נמצא על הישר** $y=x+1$ **,**

הרי שאם שיעור ה- x **של מרכז המעגל הוא** a **,**

הרי ששיעור ה- y **של מרכז המעגל הוא** $a+1$ **.**

תשובה: $y_M=a+1$ **.**

ב. המעגל עובר דרך הנקודה $A(-3,8)$ **. מרכז המעגל הוא** $M(a,a+1)$ **.**

רדיוס המעגל הוא $\sqrt{50}$ **.**

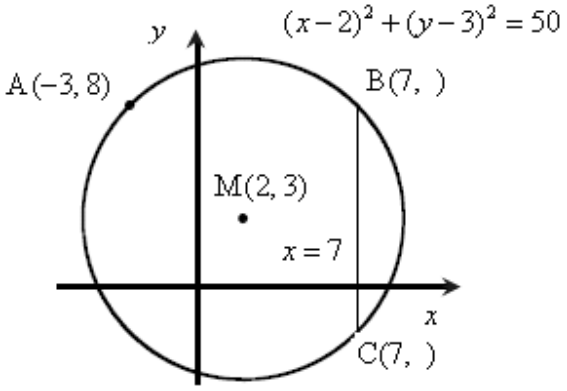
נשתמש בנוסחת המרחק בין שתי נקודות:

$$(\sqrt{50})^2=(a-(-3))^2+(a+1-8)^2$$
$$50=(a+3)^2+(a-7)^2$$
$$50=a^2+6a+9+a^2-14a+49$$
$$2a^2-8a+8=0$$
$$a_{1,2}=\frac{8\pm 0}{4}$$
$$\boxed{a=2}$$

מכאן ששיעורי מרכז המעגל M **הם:** $M(2,3)$

תשובה: $M(2,3)$

ג. נעלה ציור מתאים:



משוואת המעגל היא: $(x-2)^2+(y-3)^2=50$

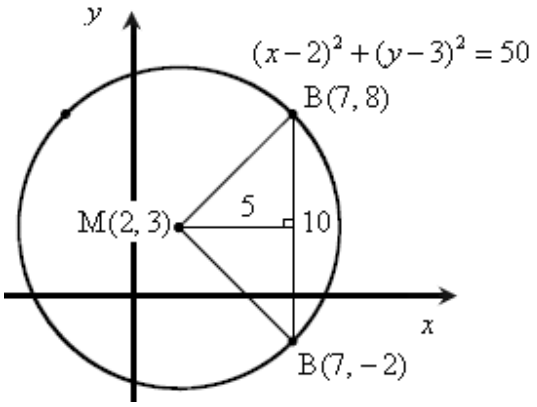
B ו- C הן שתי נקודות על המעגל ששיעור ה- x **שלהן הוא** 7

נציב $x=7$ **במשוואת המעגל**

$$(7-2)^2+(y-3)^2=50$$
$$25+y^2-6y+9=50$$
$$y^2-6y-16=0$$
$$y_{1,2}=\frac{6\pm 10}{2}$$
$$y_B=8,\quad y_A=-2$$

תשובה: $y_B=8,\quad y_A=-2$

ד. נחשב את שטח המשולש MBC**.**



נשים לב לכך ששיעורי ה- x **של הנקודות** B **ו-** C **שווים.**

אורך הצלע BC **המקבילה לציר ה-** y **הוא** 10 **יח'** $=8-(-2)$**.**

הגובה לצלע זה, המקביל לציר ה- x **הוא** 5 **יח'** $=7-2$**.**

שטח המשולש: $S=\frac{BC\cdot h}{2}=\frac{10\cdot 5}{2}=25$

תשובה: שטח המשולש MBC **הוא** 25 **יחידות שטח.**

א. <u>נקודות קיצון וסוגן</u>

$$\boxed{y=\frac{x}{4}+\frac{4}{x}+1}$$

$$y'=\frac{1}{4}-\frac{4}{x^2} \quad \rightarrow \boxed{y'=\frac{x^2-16}{4x^2}}$$

$$0=\frac{x^2-16}{4x^2} \quad \rightarrow 0=x^2-16 \quad \rightarrow 16=x^2 \quad \rightarrow x=\pm 4$$

$$y(4)=\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+1=3, \quad y(-4)=\frac{-4}{4}+\frac{4}{-4}+1=-1$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(-5)=(-5)^2-16>0, \quad f'(-3)=(-3)^2-16<0$$
$$f'(3)=3^2-16<0, \quad f'(5)=5^2-16>0$$

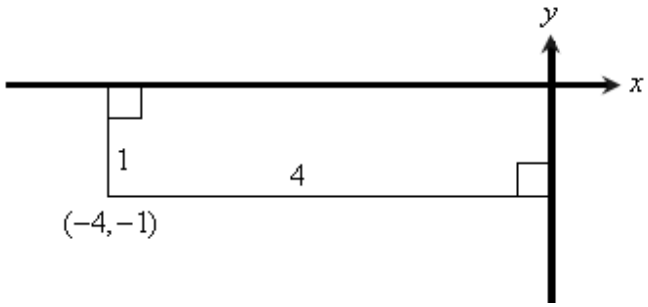
-5	-4	-3	0	3	4	5	x
+	0	-	$x\neq 0$	-	0	+	y'
↗	Max	↘		↘	Min	↗	מסקנה

$x=4$ **עוברים מירידה לעליה ולכן מינימום .**

$x=-4$ **עוברים מעליה לירידה ולכן מקסימום.**

תשובה: $(-4,-1)$ **מקסימום,** $(4,3)$ **מינימום.**

ב. נצייר את המלבן המבוקש

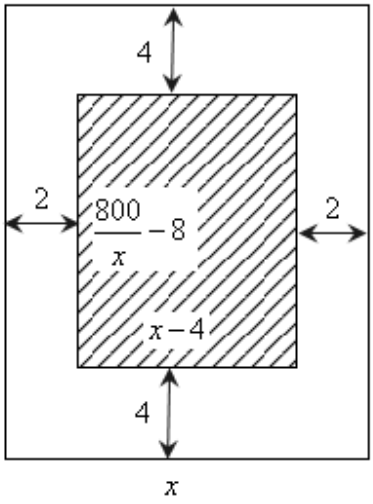


שטח מלבן שווה למכפלת האורך ברוחב, לכן: 4 **יחידות שטח** $=4\cdot 1$.

תשובה: שטח המלבן שנוצר על ידי האנכים לצירים מנקודת המקסימום,

ועל ידי ציר ה- x **וציר ה-** y **הוא** 4 **יחידות שטח.**

א. נסמן ב- x **את רוחב הכרזה (ס"מ),**
ובהתאם לנתון ששטחה 800 **סמ"ר**
נקבל שאורך הכרזה הוא $\frac{800}{x}$.



הפונקציה שיש להביא ל*מקסימום* היא *שטח התמונה*

רוחב התמונה: $x-2\cdot 2=x-4$

אורך התמונה: $\frac{800}{x}-4\cdot 2=\frac{800}{x}-8$

נמצא את שטח התמונה:

$$f(x)=(\frac{800}{x}-8)\cdot(x-4)$$

$$f(x)=800-\frac{3200}{x}-8x+32$$

$$f(x)=832-\frac{3200}{x}-8x$$

כלומר: $\boxed{f(x)=832-\frac{3200}{x}-8x}$

נמצא את נקודת הקיצון

$$f(x)=832-\frac{3200}{x}-8x$$

$$f'(x)=\frac{3200}{x^2}-8$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{3200-8x^2}{x^2}}$$

$$0=\frac{3200-8x^2}{x^2}$$

$$0=3200-8x^2 \quad \rightarrow 8x^2=3200 \quad \rightarrow x^2=400 \quad \rightarrow x=\pm 20$$

רוחב הכרזה חיובי, לכן $x=20$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(19)=3200-8\cdot 19^2=312>0$$

$$f'(21)=3200-8\cdot 21^2=-328<0$$

x		20	
y'	-	0	+
מסקנה	↘	**Max**	↗

הפונקציה עוברת מעליה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום.

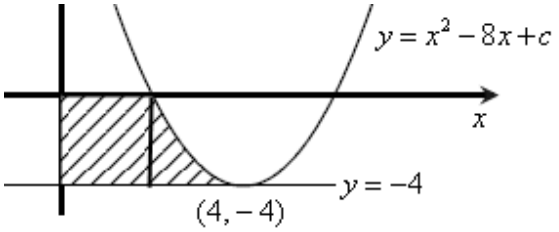
תשובה: רוכב הכרזה 20 **ס"מ יביא את שטח התמונה למקסימום.**

ב. נמצא את גודל השטח המקסימלי של התמונה.

$$f(20)=832-\frac{3200}{20}-8\cdot 20=512$$ **סמ"ר**

תשובה: גודל השטח המקסימלי של התמונה הוא 512 **סמ"ר.**

א נמצא את שיעורי נקודת המינימום של הפרבולה $y=x^2-8x+c$



$$\boxed{y'=2x-8}$$
$$0=2x-8$$
$$-2x=-8$$
$$x=4$$

הישר $y=-4$ **משיק לפרבולה בנקודת המינימום שלה**

לכן זהו שיעור ה- y **של הנקודה.**

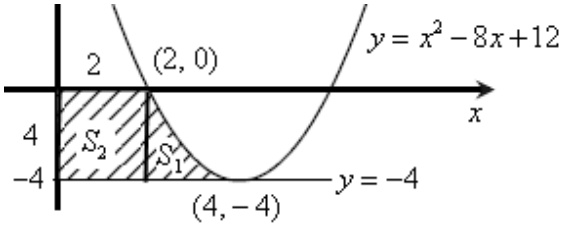
תשובה: $(4,-4)$

ב. נציב $(4,-4)$ **בתבנית הפונקציה:**

$$-4=4^2-8\cdot 4+c$$
$$-4=-16$$
$$\boxed{c=12}$$

תשובה: $c=12$

ג. בהתאם: $y=x^2-8x+12$



נוריד אנך למשיק מנקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x **.**

ונחשב את השטח המבוקש באמצעות חיבור של שני שטחים: S_1 **ו-** S_2

נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x **.**

$$0=x^2-8x+12$$

$$x_{1,2}=\frac{8\pm 4}{2}$$

$$x_1=6 \quad \rightarrow (6,0)$$

$$x_A=2 \quad \rightarrow (2,0)$$

S_2 **הוא מלבן ששטחו:** $S_2=2\cdot 4=8$ **יחידות שטח ,**

נכין טבלה לסיוע בחישוב S_1

פונקציה עליונה	$y=x^2-8x+12$
פונקציה תחתונה	$y=-4$
x **גדול**	$x=4$
x **קטן**	$x=2$

$$S_1=\int_2^4 (x^2-8x+12-(-4))\,dx=\int_2^4 (x^2-8x+12+4)\,dx$$

$$S_1=\int_2^4 (x^2-8x+16)\,dx$$

$$S_1=\frac{x^3}{3}-\frac{8x^2}{2}+16x\Big]_2^4$$

$$S_1=(\frac{4^3}{3}-\frac{8\cdot 4^2}{2}+16\cdot 4)-(\frac{2^3}{3}-\frac{8\cdot 2^2}{2}+16\cdot 2)$$

$$S_1=21\frac{1}{3}-18\frac{2}{3}=2\frac{2}{3}$$

נחשב את השטח המקווקו: $S_1+S_2=2\frac{2}{3}+8=\boxed{10\frac{2}{3}}$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא $10\frac{2}{3}$ **יחידות שטח.**

נגזרת הפונקציה $f(x)$ **היא** $f'(x)=ax^2-12$

נתון כי לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=2$ **כלומר** $f'(2)=0$

נציב $f'(2)=0$ **ונקבל:** $0=a\cdot 2^2-12$

נפתור את המשוואה:

$$0=a\cdot 2^2-12$$
$$0=4a-12$$
$$-4a=-12$$
$$a=3$$

ובהתאם: $f'(x)=3x^2-12$

נמצא את הפונקציה הקדומה של $f'(x)$ **, כלומר את** $f(x)$ **:**

$$f(x)=\int f'(x)\,dx+c$$
$$f(x)=\int (3x^2-12)\,dx+c$$
$$f(x)=\frac{3x^3}{3}-12x+c$$
$$\boxed{f(x)=x^3-12x+c}$$

וגרף הפונקציה חותך את ציר ה- y **, שבו מתקיים** $x=0$ **, ב-** $y=4$ **.**

נציב את שיעורי נקודת החיתוך $(0,4)$

$$4=0^3-12\cdot 0+c$$
$$c=4$$
$$\boxed{f(x)=x^3-12x+4}$$

תשובה: $f(x)=x^3-12x+4$