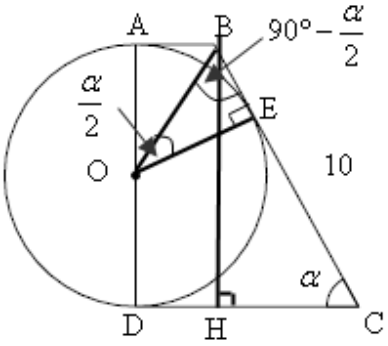
א. נתון כי $ABCD$ **טרפז המשיק למעגל בנקודות** A, D, E .

לכן, $BE = AB, \quad DC = EC$ **(שני משיקים היוצאים למעגל מנקודה אחת שווים זה לזה)**

ומכאן ש- $AB + DC = BE + EC \rightarrow \boxed{AD + DC = BC}$

תשובה: חכ"ח.

ב. (1) נוריד גובה טרפז , וכיוון שהמרחק הין ישרים מקבילים, בסיסי הטרפז, הוא גודל קבוע הרי שאורכו שווה לקוטר המעגל.



$\underline{\Delta BDC}$

$\sin a = \frac{BH}{BC}$

$10\sin a = BH$

$\boxed{R = 5\sin a}$

תשובה: רדיוס המעגל $5\sin a$ **ס"מ.**

(2) רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה, לכן $OE \perp BC$

$\mathbf{S}ABC = 180° - a$ **(זוויות חד צדדיות בין ישרי מקבילים משלימות ל-** $180°$**)**

$\mathbf{S}OBE = 90° - \frac{a}{2}$ **(אם מנקודה יוצאים 2 משיקים למעגל אז הישר שמחברה למרכז המעגל חוצה זווית)**

$\mathbf{S}BOE = \frac{a}{2}$ **(סכום זוויות ב-** ΔOBE **שווה ל-** $180°$**)**

$\underline{\Delta OBE}$

$\tan\frac{a}{2} = \frac{BE}{OE}\,(OE = R) \Rightarrow BE = R\tan\frac{a}{2}$

$\boxed{BE = 5\sin a\,\tan\frac{a}{2}}$

תשובה: $BE = 5\sin a\,\tan\frac{a}{2}$ **ס"מ.**

(3) שטח הטרפז הוא

$S_{ABCD} = \frac{(AB + AB)\cdot BH}{2}$

$S_{ABCD} = \frac{BC\cdot 2R}{2}$

$\boxed{S_{ABCD} = 50\sin a}$

תשובה: $S_{ABCD} = 50\sin a$

ב. נתון ששטח הטרפז הוא 47 סמ"ר

(1) $50\sin a = 47$

$$\sin a = 0.94$$

$$\boxed{a = 70.05^\circ}$$

תשובה: $a = 70.05^\circ$

(2) משולש ΔDCE שווה שוקיים, (מנקודה C יוצאים שני משיקים...) ולכן זוויות בסיס שוות.

$$BE = 5\sin 70.05^\circ \tan\frac{70.05^\circ}{2} = \text{ס"מ } 6.706$$

$$CE = BC - BE = 10 - 6.706 = \text{ס"מ } 3.294$$

$$\mathbf{S}EDC = \mathbf{S}DEC = \frac{180^\circ - 70.05^\circ}{2}$$

$$\mathbf{S}EDC = 54.975^\circ$$

$$\underline{\Delta ODE}$$

$$\frac{DE}{\sin\mathbf{S}C} = \frac{CE}{\sin\mathbf{S}EDC}$$

$$\frac{DE}{\sin 70.05^\circ} = \frac{6.706}{\sin 54.975^\circ}$$

$$\boxed{DE = 7.698}$$

תשובה: $DE =$ **ס"מ** 7.698

בגרות עב נובמבר 11 מועד מיוחד שאלון 35004

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sin x+\cos 2x$ **בתחום** $\frac{p}{2}\le x\le 2p$.

נמצא את שיעורי ה- x **נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-** x **בתחום הנתון.**

$$\sin x+\cos 2x=0$$
$$\sin x+1-2\sin^2 x=0 \quad \boxed{\sin x=t}$$
$$-2t^2+t+1=0$$
$$t_{1,2}=\frac{-1\pm 3}{-4} \quad \to t=-0.5,\quad t=1$$
$$\sin x=-0.5 \qquad \sin x=1$$
$$x=-\frac{p}{6}+2pk \quad x=\frac{7p}{6}+2pk \quad x=\frac{p}{2}+2pk$$

k	$x=-\frac{p}{6}+2pk$	$x=\frac{7p}{6}+2pk$	$x=\frac{p}{2}+2pk$
0		$\frac{7p}{6}$	$\frac{p}{2}$
1	$\frac{11p}{6}$		

תשובה: שיעורי ה- x **הם:** $\frac{11p}{6}$, $\frac{7p}{6}$, $\frac{p}{2}$.

ב. נמצא נקודות קצה ולאחר מכן נקודות קיצון.

$$f(\frac{p}{2})=0 \quad \to (\frac{p}{2},0)$$
$$f(2p)=\sin 2p+\cos(2\cdot 2p)=1 \quad \to (2p,1)$$

k	$x=0.253+2pk$	$x=2.889+2pk$	$x=\frac{p}{2}+pk$
0	-	2.889	**קצה** $\frac{p}{2}$
1	-	-	$\frac{3p}{2}$

$$f(2.889)=\sin 2.889+\cos(2\cdot 2.889)=1.125$$
$$\to (2.889,1.125)$$
$$f(\frac{3p}{2})=\sin\frac{3p}{2}+\cos(2\cdot\frac{3p}{2}) \quad \to (\frac{3p}{2},-2)$$

הערה – במסגרת מציאת הקיצון בתרגיל זה נעביר את המחשבון ל mode rad, כדי לקבל תשובה למשוואה $\sin x=0.25$

$$\boxed{f'(x)=\cos x-2\sin 2x}$$
$$\cos x-2\sin 2x=0$$
$$\cos x-4\sin x\cos x=0$$
$$\cos x(1-4\sin x)$$
$$\sin x=0.25 \qquad \cos x=0$$
$$x=0.253+2pk \quad x=2.889+2pk \quad x=\frac{p}{2}+pk$$

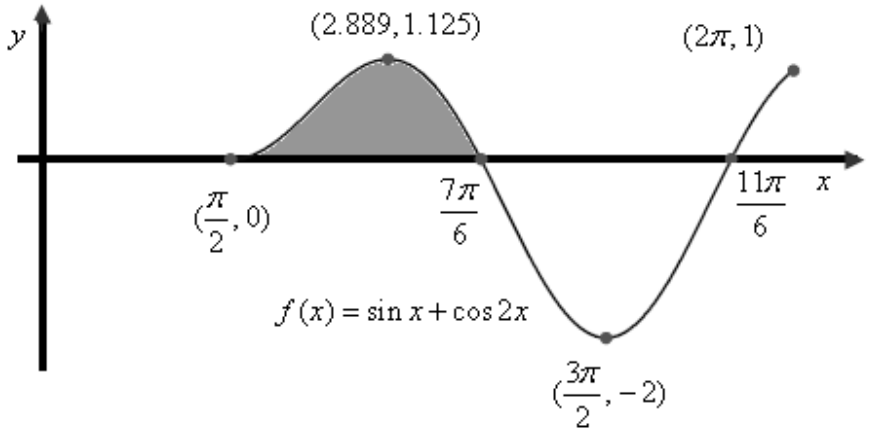
נמצא את סוג הקיצון, בעזרת ערכי הפונקציה:

x	$\frac{p}{2}$		2.889		$\frac{3p}{2}$		$2p$
y	0		1.125		–2		1
y'							
מסקנה	**Min**	↗	**Max**	↘	**Min**	↗	**Max**

תשובה: $(\frac{p}{2},0)$ **מינימום,** $(2.889,1.125)$ **מקסימום,** $(\frac{3p}{2},-2)$ **מינימום ,** $(2p,1)$ **מקסימום.**

תחומי עלייה: $\frac{3p}{2}<x<2p$ **או** $\frac{p}{2}<x<2.889$ **, תחום ירידה:** $2.889<x<\frac{3p}{2}$ **.**

ג. סרטוט הפונקציה (כולל סימון השטח לסעיף ד').



ד. נחשב השטח המתאים, צבוע בסקיצה בסעיף ג:

$$S=\int_{\frac{p}{2}}^{\frac{7p}{6}}(\sin x+\cos 2x-0)dx$$

$$S=-\cos x+\frac{\sin 2x}{2}\Big]_{\frac{p}{2}}^{\frac{7p}{6}}$$

$$S=(-\cos\frac{7p}{6}+\frac{\sin(2\cdot\frac{7p}{6})}{2})-(-\cos\frac{p}{2}+\frac{\sin(2\cdot\frac{p}{2})}{2})$$

$$S=1.299-(0)$$

$$\boxed{S=1.299}$$

תשובה: 1.299 **יח"ר.**

נוסחת הגידול והדעיכה: $M_t = M_0 \cdot q^t$ **, כאשר** M_0 **- הכמות ההתחלתית**

q **הוא גורם הגידול,** M_t **הכמות לאחר זמן** t**.**

א. כעבור 4 **שנים היה מחיר הבית גבוה ב-** 25% **ממחירו לאחר סיום השיפוצים,**

כלומר הכמות עלתה מ- M_0 **ל-** $1.25M_0$ **ב-** 4 **שנים.**

$$1.25M_0 = M_0 \cdot q^4 \quad / : M_0$$
$$1.26 = q^4$$
$$q = \sqrt[4]{1.25}$$
$$\boxed{q = 1.0574}$$

נמצא כעבור כמה שנים היה מחיר הבית גבוה פי 1.48 **ממחירו לאחר סיום השיפוצים כלומר ל-** $1.48M_0$

$$1.48M_0 = M_0 1.0574^t \quad / : M_0$$
$$1.48 = 1.0574^t$$
$$\ln 1.48 = \ln 1.0574^t$$
$$\ln 1.48 = t \ln 1.0574$$
$$\frac{\ln 1.48}{\ln 1.0574} = t$$
$$\boxed{t = 7.03}$$

תשובה לאחר 7.03 **שנים .**

ב. נמצא פי כמה התייקר הבית 15 **שנים אחרי סיום השיפוצים.**

$$M_{15} = M_0 \cdot 1.0574^{15}$$
$$M_{15} = 2.31M_0$$

תשובה: פי 2.31 **.**

ג. נמצא בכמה אחוזים התייקר הבית 15 **שנים אחרי סיום השיפוצים.**

$$2.31 = \frac{100 + P}{100}$$
$$231 = 100 + P$$
$$P = 131\%$$

תשובה: ב- 131% **.**

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{\ln x+a}{x}$ **המוגדרת בתחום** $x>0$ **.**

(1) שיעור ה- x של **נקודת הקיצון של הפונקציה הוא** $\frac{1}{e}$ **, כלומר ערך הנגזרת הוא** 0 **עבור** $x=\frac{1}{e}$ **.**

$$y=\frac{\ln x+a}{x}$$

$$y'=\frac{\frac{x}{x}-(\ln x+a)}{x^2} \quad \rightarrow y'=\frac{1-\ln x-a}{x^2}$$

$$0=1-\ln\frac{1}{e}-a \quad \rightarrow 0=1+1-a \quad \rightarrow \boxed{a=2}$$

תשובה: $a=2$ **.**

(2) נציב $a=2$ **בתבנית הפונקציה ונקבל** $y=\frac{\ln x+2}{x}$ **.**

$$y=\frac{\ln\frac{1}{e}+2}{\frac{1}{e}}=e$$

$$y'=\frac{-1-\ln x}{x^2} \quad \rightarrow y'(\frac{1}{e^2})=\frac{-1-\ln(\frac{1}{e^2})}{+}=\frac{-1+2}{+}>0, \quad y'(\frac{1}{e^2})=\frac{-1-\ln 1}{+}=\frac{-1-0}{+}<0$$

הפונקציה עוברת מעלייה לירידה, כאשר הנגזרת מתאפסת רק עבור $x=\frac{1}{e}$ **, ולכן מקסימום.**

תשובה: $y=e$ **, מקסימום.**

ב. כיוון שהנגזרת מתאפסת רק עבור $x=\frac{1}{e}$ **, הרי שבהוכחת סוג הקיצון מצאנו תחומי עלייה וירידה.**

תשובה: עלייה: $0<x<\frac{1}{e}$ **, ירידה:** $x>\frac{1}{e}$

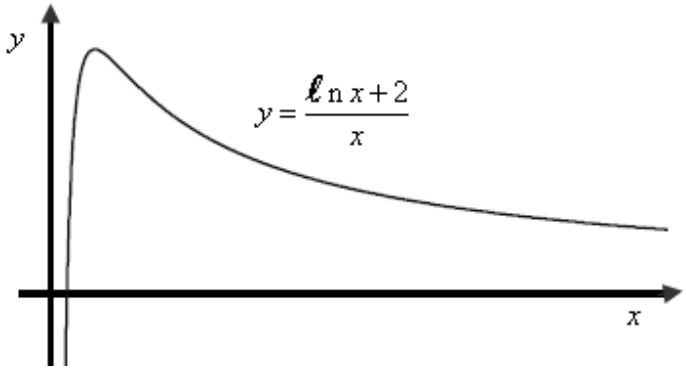
ג. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים**

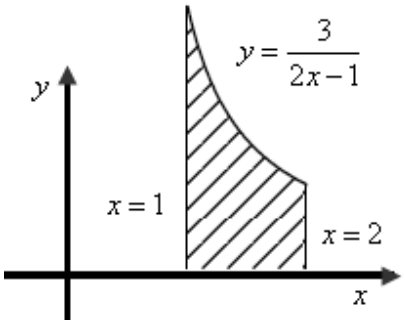
$$0=y=\frac{\ln x+2}{x} \quad \rightarrow 0=\ln x+2 \quad \rightarrow \ln x=-2$$

$$\rightarrow x=e^{-2}=\frac{1}{e^2} \quad \rightarrow \boxed{(\frac{1}{e^2},0)}$$

תשובה: $(\frac{1}{e^2},0)$

ד. הסקיצה המתאימה





ה. נתונה הפונקציה $y=\frac{3}{2x-1}$ **בתחום** $x\neq\frac{1}{2}$ **.**

$y'=-\frac{6}{(2x-1)^2}<0$ **כלומר עבור** $x>\frac{1}{2}$ **או** $x<\frac{1}{2}$ **הפונקציה יורדת,**

וכן קל לראות כי בתחום המבוקש $1\le x\le 2$ **הפונקציה גם חיובית,**

ובהתאם הסרטוט המתאים מצד שמאל.

	S_1
פונקציה עליונה	$y=\frac{3}{2x-1}$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x **גדול**	$x=2$
x **קטן**	$x=1$

$$S=\int_1^2(\frac{3}{2x-1})\,dx$$

$$S=\frac{3\ell n|2x-1|}{2}\Big]_1^2$$

$$S=1.5\ell n|2\cdot 2-1|-1.5\ell n|2\cdot 1-1|$$

$$\boxed{S=1.5\ell n3}$$

תשובה: $1.5\ell n3=1.648$ **יח"ר.**

בגרות עב נובמבר 11 מועד מיוחד שאלון 35004

א. נתונות הפונקציות $f(x)=e^{2ax}$ **ו-** $g(x)=e^{ax}$ **וכן** $f(2)\cdot g(2)=e^3$ **.**

$$f(2)\cdot g(2)=e^3$$
$$e^{2a\cdot 2}\cdot e^{a\cdot 2}=e^3$$
$$e^{6a}=e^3$$
$$6a=3$$
$$\boxed{a=0.5}$$

תשובה: $a=0.5$ **ובהתאם** $f(x)=e^x$, $g(x)=e^{0.5x}$

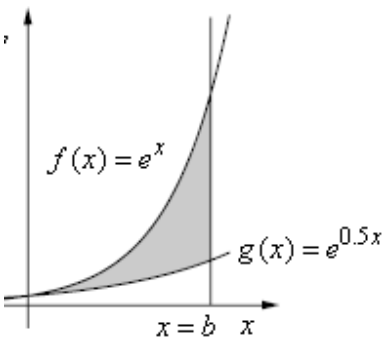
ב. $f'(x)=e^x \quad \rightarrow m(1)=e^1=e$

נקודת ההשקה היא $(1,e)$ **והשיפוע בינה לראשית הצירים הוא** $m=\frac{e-0}{1-0}=e$ **.**

כיוון ששיפוע המשיק שווה לשיפוע מנקודת ההשקה לראשית, הרי שהמשיק עובר בראשית הצירים.

תשובה: המשיק עובר בראשית הצירים.

ג. $f(x)=e^x=[g(x)]^2$ **ולכן** $f(x)>g(x)$ **עבור** $x>0$ **, ובהתאם זיהוי הפונקציות בסרטוט.**



$$16=\int_0^b (e^x-e^{0.5x})dx$$
$$16=e^x-\frac{e^{0.5x}}{0.5}\Big]_0^b$$
$$16=(e^b-2e^{0.5b})-(e^0-2e^{0.5\cdot 0})$$
$$16=e^b-2e^{0.5b}+1 \qquad \boxed{e^{0.5b}=t}$$
$$t^2-2t-15=0$$
$$(t-5)(t+3)=0$$
$$t=5 \quad \rightarrow e^{0.5b}=5 \quad \rightarrow 0.5b=\ln 5 \quad \rightarrow b=2\ln 5 \quad \rightarrow \quad \boxed{b=\ln 25}$$
$$t=-3 \quad \rightarrow e^{0.5b}=-3 \quad \rightarrow \varnothing \quad \leftarrow e^x>0$$

תשובה: $b=\ln 25$ **.**