א. נסמן ב- x **מחיר זוג מכנסיים (שקלים), וב-** y **מחיר חולצה (שקלים).**

נרשום את הנתונים בטבלה מתאימה, כאשר סך כל התשלומים שווה למחיר כפול כמות .

	כמות (יחידות)	מחיר ליחידה (₪)	סך הכול (₪)
זוג מכנסיים	5	x	$5x$
חולצה	4	y	$4y$
זוג מכנסיים	3	x	$3x$
חולצה	2	y	$2y$

המחיר של 5 **זוגות מכנסיים גבוה ב-** 160 **שקלים ממחירן של** 4 **חולצות ,**

והמשוואה המתאימה: $5x = 4y + 160$ **.**

עדי קנתה 3 **זוגות מכנסיים ו-** 2 **חולצות ושילמה בסך הכול** 360 **שקלים ,**

והמשוואה המתאימה: $3x + 2y = 360$ **.**

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} 5x = 4y + 160 \\ 3x + 2y = 360 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 4y = 160 \\ 3x + 2y = 360 \end{cases} \quad /\cdot 2$$

$$+\begin{cases} 5x - 4y = 160 \\ 6x + 4y = 720 \end{cases}$$

$$11x = 880 \quad /:11$$

$$\boxed{x = 80}$$

$$5 \cdot 80 = 4y + 160$$

$$240 = 4y \quad /:4$$

$$\boxed{y = 60}$$

תשובה: המחיר של זוג מכנסים אחד הוא 80 **שקלים, ושל חולצה אחת** 60 **שקלים.**

ב. במבצע סוף העונה ירד מחיר זוג מכנסיים ב- 30% **ולכן מחירו:** $\frac{100-30}{100} \cdot 80 = 0.7 \cdot 80 =$ **56 שקלים .**

מחיר חולצה ירד ב- 40% **ולכן מחירה:** $\frac{100-40}{100} \cdot 60 = 0.6 \cdot 60 =$ **36 שקלים .**

שרון רכשה במבצע 3 **זוגות מכנסיים ו-** 6 **חולצות ובהתאם שילמה** 384 **שקלים** $3 \cdot 56 + 6 \cdot 36 =$ **.**

תשובה: שרון שילמה 384 **שקלים בסך הכול על הקנייה.**

א. (1) הישר BD **עולה, בעוד שהישר** CA **יורד, לכן** $m_{BD}=\frac{1}{2}$ **.**

נקודת החיתוך עם ציר ה- y **, בה מתקיים** $x=0$ **, היא** $E(0,6)$ **, ולכן משוואת הישר** BD **היא** $y=\frac{1}{2}x+6$ **.**

$m_{BD}\cdot m_{CA}=-1$ **(שיפועים הופכיים לנגדיים), ובהתאם** $m_{CA}=\frac{-1}{0.5}=-2$

נקודת החיתוך עם ציר ה- y **, בה מתקיים** $x=0$ **, היא** $E(0,6)$ **, ולכן משוואת הישר** CA **היא** $y=-2x+6$ **.**

תשובה: משוואת הישר BD **היא** $y=\frac{1}{2}x+6$ **, ומשוואת הישר** CA **היא** $y=-2x+6$ **.**

(2) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **, ולכן נציב** $y=0$ **במשוואות הישרים:**

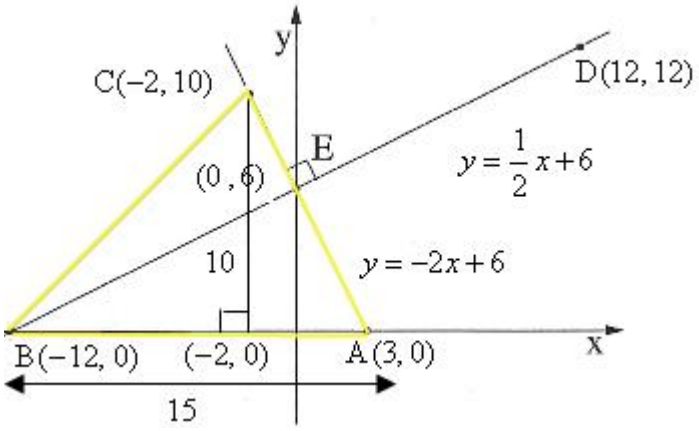
$$0=-2x+6 \quad \rightarrow 2x=6 \quad \rightarrow x=3 \quad \rightarrow \boxed{A(3,0)}$$

$$0=\frac{1}{2}x+6 \quad \rightarrow -\frac{1}{2}x=6 \quad \rightarrow x=-12 \quad \rightarrow \boxed{B(-12,0)}$$

תשובה: $A(3,0)$ **,** $B(-12,0)$ **.**

ב. נתון כי $BE=ED$ **ולכן הנקודה** E **היא אמצע הקטע** BD **.**

נמצא את שיעורי הנקודה D **, באמצעות הנקודה** $E(0,6)$ **והנקודה** $B(-12,0)$ **.**



$$\left.\begin{array}{ll} 0=\frac{-12+x_D}{2} & 6=\frac{0+y_D}{2} \\ 12=x_D & 12=y_D \end{array}\right\} D(12,12)$$

תשובה: $D(12,12)$ **.**

ג. נתון כי $x_C=-2$ **ולכן** $y_C=-2\cdot(-2)+6=10$ **(**$C(-2,10)$**).**

הצלע AB **מונחת על ציר ה-** x **,**

והגובה אליה מקביל לציר ה- y **.**

$$AB=x_A-x_B=3-(-12)=15$$
$$h=y_C-0=10-0=10$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot h}{2}=\frac{15\cdot 10}{2}=75 \quad \rightarrow \boxed{S_{\Delta ABC}=75}$$

תשובה: שטח המשולש ABC **הוא** 75 **יח"ר.**

א. משוואת מעגל I **, שעובר בראשית הצירים** $(0,0)$ **היא** $(x-3)^2+y^2=R^2$ **.**

נציב $(0,0)$ **במשוואת המעגל ונקבל:** $(0-3)^2+0^2=R^2 \quad \rightarrow R^2=9 \quad \rightarrow R=3$ **.**

תשובה: רדיוס מעגל I **שווה ל-** 3 **.**

ב. משוואת מעגל II **היא** $(x-7)^2+(y-6)^2=4$ **, כלומר מרכזו** $(7,6)$ **ורדיוסו** 2 **.**

BC **מקביל לציר ה-** x **, כאשר** C **מימין ל-** B **על פי הציור ולכן** $x_C=x_B+2=7+2=9 \quad y_C=y_B=6,$ **.**

תשובה: $C(9,6)$ **.**

ג. BC **מקביל לציר ה-** x **ובהתאם בסיסי הטרפז הם** BC **ו-** AD **, וגובה הטרפז הוא** CD **.**

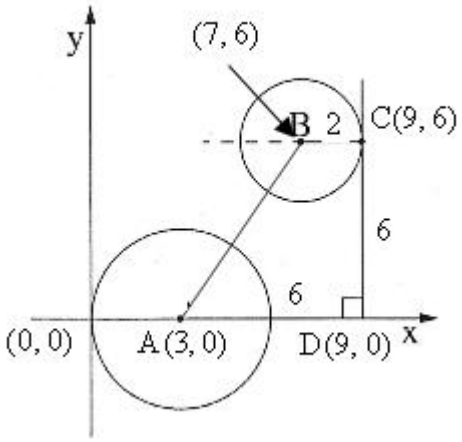
$BC=2$ **(רדיוס המעגל).**

שיעורי מרכז המעגל $A(3,0)$ **ובהתאם:** $AZ=x_Z-x_A=9-3=6$ **.**

הגובה CD **מקביל לציר ה-** y **ובהתאם:** $CD=y_C-y_D=6-0=6$ **.**

$$S_{ABCD}=\frac{(AD+BC)\cdot CD}{2}=\frac{(6+2)\cdot 6}{2}=24 \quad \rightarrow \boxed{S_{ABCD}=24}$$

תשובה: שטח הטרפז ABCD **הוא** 24 **יח"ר.**



א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+\frac{x}{8}-\frac{1}{2}$.

תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: תחום הגדרה: $x\neq 0$.

ב. נמצא את נקודות קיצון ואת סוגן.

$$\boxed{f(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+\frac{x}{8}-\frac{1}{2}}$$

$$f'(x)=\frac{1}{2}\cdot(-\frac{1}{x^2})+\frac{1}{8}$$

$$\boxed{f'(x)=-\frac{1}{2x^2}+\frac{1}{8}}$$

$$0=-\frac{1}{2x^2}+\frac{1}{8}\quad\rightarrow 0=-8+2x^2$$

$$x^2=4\quad\rightarrow x=\pm 2$$

$$f(2)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{2}{8}-\frac{1}{2}=0\quad\rightarrow(2,0),\qquad f(-2)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(-2)}+\frac{(-2)}{8}-\frac{1}{2}=-1\quad\rightarrow(-2,-1)$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה

$$f'(-3)=-\frac{1}{2\cdot(-3)^2}+\frac{1}{8}=\frac{5}{72}>0,\qquad f'(-1)=-\frac{1}{2\cdot(-1)^2}+\frac{1}{8}=-\frac{3}{8}<0$$

$$f'(1)=-\frac{1}{2\cdot 1^2}+\frac{1}{8}=-\frac{3}{8}<0,\qquad f'(3)=-\frac{1}{2\cdot 3^2}+\frac{1}{8}=\frac{5}{72}>0$$

x	3	2	1	0	−1	−2	−3
y'	+	0	-		-	0	+
מסקנה	↗	Min	↘		↘	Max	↗

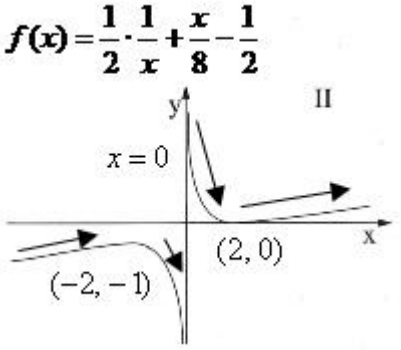
תשובה: $(-2,-1)$ **מקסימום ,** $(2,0)$ **מינימום.**

ג. תחומי עלייה וירידה על פי הטבלה שבסעיף הקודם.

תשובה: עלייה: $x>2$ **או** $x<-2$ **, ירידה:** $0<x<2$ **או** $-2<x<0$.

ד. גרף II מתאר את הפונקציה $f(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+\frac{x}{8}-\frac{1}{2}$ **הנתונה, על פי סעיפים א-ג,**

כי תחום ההגדרה בא לידי ביטוי (רואים את האסימפטוטה $x=0$ **),**
תחומי העלייה והירידה מתאימים,
ונקודות הקיצון מתאימות $(-2,-1)$ **מקסימום ,** $(2,0)$ **מינימום.**



תשובה: גרף II **.**

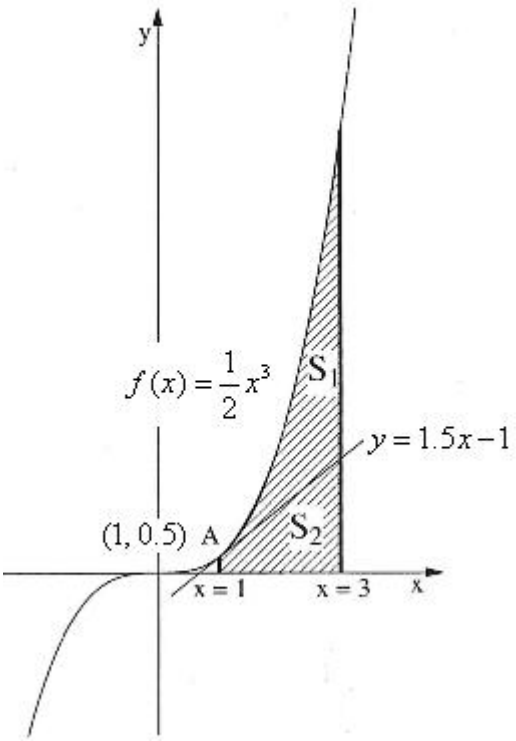
א. נתונה הפונקציה $y=\frac{1}{2}x^3$.

נמצא את משוואת המשיק בנקודה שבה $x=1$.

נקודת ההשקה: $f(1)=\frac{1}{2}\cdot 1^3=0.5$ **ולכן שיעורי הנקודה** $A(1,\,0.5)$.

שיפוע: $f'(x)=1.5x^2$, $f'(1)=1.5\cdot 1^2=1.5$, **והשיפוע** $m=1.5$.

$$y-0.5=1.5(x-1)$$
$$y-0.5=1.5x-1.5$$
$$\boxed{y=1.5x-1}$$



ב. נחשב תחילה את השטח S_1 .

הפרש הפונקציות הוא :

$$\frac{1}{2}x^3-(1.5x-1)=\frac{1}{2}x^3-1.5x+1$$

$$S_1=\int_1^3(\frac{1}{2}x^3-1.5x+1)\,dx$$
$$S_1=\frac{1}{2}\cdot\frac{x^4}{4}-\frac{1.5x^2}{2}+x\Big]_1^3$$
$$S_1=(\frac{1}{2}\cdot\frac{3^4}{4}-\frac{1.5\cdot 3^2}{2}+3)-(\frac{1}{2}\cdot\frac{1^4}{4}-\frac{1.5\cdot 1^2}{2}+1)$$
$$S_1=(6.375)-(0.375)$$
$$\boxed{S_1=6}$$

נחשב את השטח S_2 .

הפרש הפונקציות הוא :

$$1.5x-1-0=1.5x-1$$

$$S_2=\int_1^3(1.5x-1)\,dx$$
$$S_2=\frac{1.5x^2}{2}-x\Big]_1^3$$
$$S_2=(\frac{1.5\cdot 3^2}{2}-3)-(\frac{1.5\cdot 1^2}{2}-1)$$
$$S_2=(3.75)-(-0.25)$$
$$\boxed{S_2=4}$$

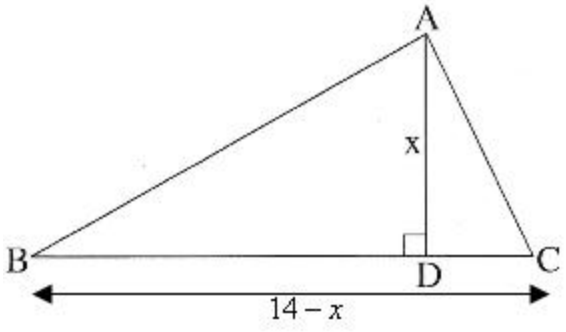
תשובה: $S_1=6,\quad S_2=4$.

א. (1) נתון כי 14 **ס"מ** $AD+BC=$ **, כלומר סכום הצלע והגובה שלה שווה ל-** 14 **ס"מ.**

נסמן ב- x **את הגובה** AD **, ולכן** $BC=14-x$

תשובה:

(2) הפונקציה שיש להביא ל*מקסימום* היא *שטח המשולש* ABC **.**



$$S(x)=\frac{BC\cdot AD}{2}=\frac{(14-x)\cdot x}{2}$$

$$S(x)=\frac{14x-x^2}{2}$$

$$\boxed{S(x)=7x-0.5x^2}$$

$$\boxed{S'(x)=7-x}$$

$$0=7-x$$

$$\boxed{x=7}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$S'(6)=7-6=1>0,\quad S'(8)=7-8=-1<0$$

x	8	7	6
$f'(x)$	-	0	+
מסקנה	↘	**Max**	↗

ב- $x=7$ **עוברים מעלייה לירידה ולכן מקסימום.**

תשובה: $x=7$ **, עבורו שטח המשולש** ABC **מקסימלי.**

ב. נציב $x=7$ **בפונקצית השטח.**

$S(7)=7\cdot7-0.5\cdot7^2=$ 24.5 **סמ"ר**

ניתן כמובן גם $S(7)=\frac{BC\cdot AD}{2}=\frac{7\cdot7}{2}$ 24.5 **סמ"ר**

תשובה: שטחו המקסימלי של משולש ABC **הוא** 24.5 **סמ"ר.**