א. נסמן ב- x את מספר המחשבים שמנהלת בית הספר רוצה לקנות.

המנהלת רוצה לקנות 80 עזרי לימוד, לכן מספר הלוחות החכמים הוא $80-x$.

מחיר כל מחשב הוא 1200 שקל, לכן עלותם הכוללת היא $1200x$.

מחיר כל לוח חכם הוא 2000 שקל, לכן עלותם הכוללת היא $2000\cdot(80-x)$.

עבור כל הקנייה צריך לשלם $144,000$ שקל,

לכן המשוואה המתאימה היא $1200x+2000\cdot(80-x)=144000$.

נפתור את המשוואה:

$$1200x+2000\cdot(80-x)=144000$$
$$1200x+160000-2000x=144000$$
$$-800x=-16000$$
$$\boxed{x=20}$$

תשובה: המנהלת רוצה לקנות 20 מחשבים.

ב. הסכום שהוקצב לקניית העזרים היה $130,000$ שקלים.

המנהלת החליטה להקטין ב- 15% את מספר המחשבים,

לכן היא רוצה לקנות 17 מחשבים $=\frac{100-15}{100}\cdot 20=0.85\cdot 20$.

מספר הלוחות החכמים שהיא תכננה לקנות היה $60=80-20$.

המנהלת החליטה להקטין ב- 10% את מספר הלוחות החכמים,

לכן היא רוצה לקנות 54 לוחות חכמים $=\frac{100-10}{100}\cdot 60=0.9\cdot 60$.

עלות הקנייה הכוללת היא: $128,400$ שקל $=1200\cdot 17+2000\cdot 54$.

הסכום שיישאר, לאחר קניית העזרים, הוא $1,600$ שקל $=130,000-128,400$.

תשובה: לאחר שמספר העזרים הוקטן, יישארו $1,600$ שקלים.

א. ישר $y=\frac{1}{2}x+1$ I. **חותך את ציר ה-** x **בנקודה** B **בה מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=\frac{1}{2}x+1 \quad /\cdot 2$$
$$0=x+2$$
$$-2=x \quad \to \boxed{\mathrm{B}(-2,0)}$$

ישר $y=\frac{1}{2}x-4$ II. **חותך את ציר ה-** x **בנקודה** A **בה מתקיים** $y=0$ **.**

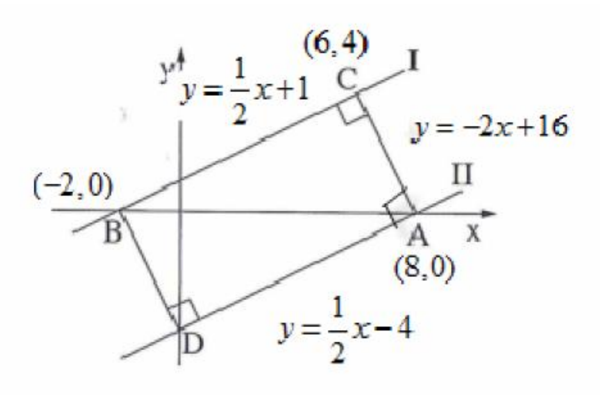
$$0=\frac{1}{2}x-4 \quad /\cdot 2$$
$$0=x-8$$
$$8=x \quad \to \boxed{\mathrm{A}(8,0)}$$

תשובה: $\mathrm{A}(8,0)$ **,** $\mathrm{B}(-2,0)$ **.**

ב. (1) AC **מאונך לישר** I **ששיפועו** $\frac{1}{2}$ **, ולכן** $m_{\mathrm{AC}}\cdot\frac{1}{2}=-1$ **ונקבל ש-** $m_{\mathrm{AC}}=-2$ **(שיפוע הופכי לנגדי).**

נמצא את משוואת האנך AC **, על פי נקודה** $\mathrm{A}(8,0)$ **ושיפוע** $m_{\mathrm{AC}}=-2$ **.**

$$y-0=-2(x-8)$$
$$\boxed{y=-2x+16}$$



תשובה: משוואת האנך AC **היא** $y=-2x+16$ **.**

(2) נמצא את שיעורי הנקודה AC **.**

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+1 \\ y=-2x+16 \end{cases}$$
$$\frac{1}{2}x+1=-2x+16$$
$$2.5x=15$$
$$x=6 \quad \to \quad y=-2\cdot 6+16=4 \to \boxed{\mathrm{C}(6,4)}$$

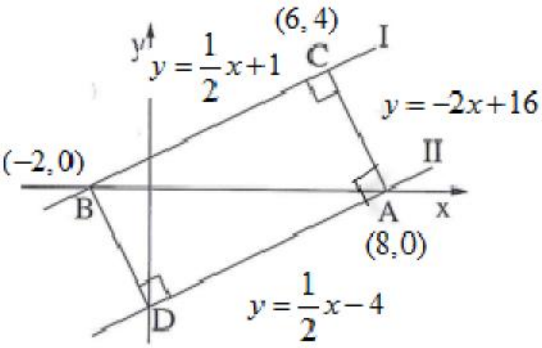
תשובה: $\mathrm{C}(6,4)$ **.**

ג. שני הישרים הנתונים מקבילים, כי השיפועים שלהם שווים ($m_{\text{BC}} = m_{\text{DA}} = \frac{1}{2}$).

לכן, גם זווית A ישרה, ולמרובע יש שלוש זוויות ישרות $\sphericalangle \text{A} = \sphericalangle \text{C} = \sphericalangle \text{D} = 90^\circ$).

תשובה: המרובע ACBD הוא מלבן, כי כל זוויותיו ישרות.

ד. שטח המלבן שווה למכפלת אורכו ברוחבו.



$$d_{\text{BC}} = \sqrt{(-2-6)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{80}$$

$$d_{\text{AC}} = \sqrt{(8-6)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{20}$$

$$S_{\text{ACBD}} = \text{BC} \cdot \text{AC} = \text{BC} \cdot \text{AC} = \sqrt{80} \cdot \sqrt{20} = 40$$

תשובה: שטח המלבן ACBD הוא 40 יח"ר.

א. נתון מעגל שמשוואתו $(x+2)^2+(y-4)^2=20$ **, ובהתאם מרכזו** $M(-2,4)$ **ורדיוסו** $\sqrt{20}$ **.**

המעגל חותך את ציר ה- y **, בחלקו החיובי.**

נציב $x=0$ **ונמצא את שיעורי הנקודה** A **.**

$$(0+2)^2+(y-4)^2=20$$
$$4+(y-4)(y-4)=20$$
$$4+y^2-4y-4y+16=20$$
$$y^2-8y=0$$
$$y(y-8)=0$$

כיוון ששיעור ה- y **חיובי, על פי הנתון, הרי ששיעורי הנקודה הם** $A(0,8)$ **.**

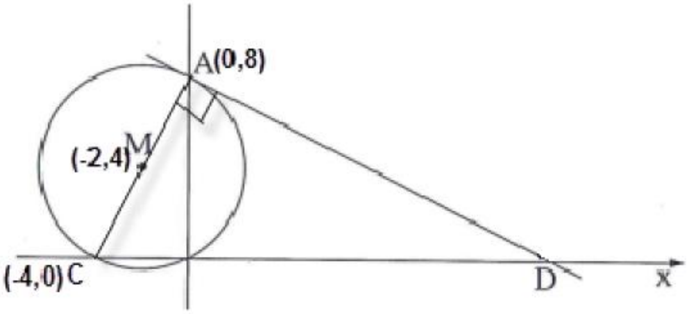
תשובה: $A(0,8)$ **.**

ב. המשך AM **חותך את המעגל בנקודה** C**. לכן** $M(-2,4)$ **היא אמצע הקוטר** AC **.**

$$-2=\frac{0+x_C}{2} \quad /\cdot 2$$
$$-4=x_C$$

$$4=\frac{8+y_C}{2} \quad /\cdot 2$$
$$8=8+y_C$$
$$0=y_C$$

תשובה: $C(-4,0)$ **.**



ג. דרך הנקודה $A(0,8)$ **העבירו משיק למעגל.**

המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.

$$m_{AM}=\frac{8-4}{0-(-2)}=\frac{4}{2}=2$$

לכן $m_{AD}\cdot 2=-1$ **ונקבל ש-** $m_{AD}=-\frac{1}{2}$ **(שיפוע הופכי לנגדי).**

נמצא את משוואת המשיק AD **, על פי נקודה** $A(0,8)$ **ושיפוע** $m_{AD}=-\frac{1}{2}$ **.**

$$y-8=-\frac{1}{2}(x-0)$$
$$\boxed{y=-\frac{1}{2}x+8}$$

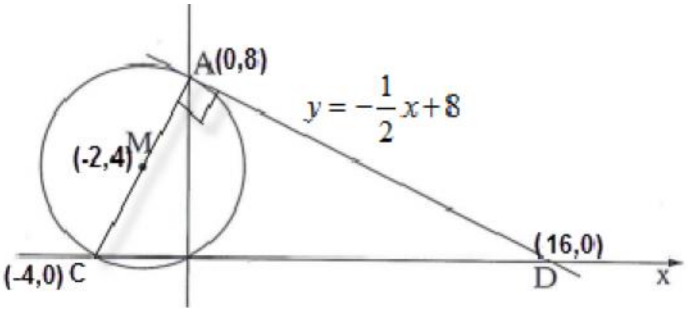
תשובה: משוואת המשיק היא $y=-\frac{1}{2}x+8$ **.**

ד. המשיק $y=-\frac{1}{2}x+8$ **חותך את ציר ה-** x **בנקודה** D **.**

נציב $y=0$ **במשוואת המשיק.**

$$0=-\frac{1}{2}x+8 \quad /\cdot 2$$
$$0=-x+16$$
$$x=16 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{D}(16,0)}$$

תשובה: $\mathrm{D}(16,0)$ **.**



א. נתונה הפונקציה $y=-\frac{1}{2}x^2+2\cdot\sqrt{x}+1$.

תחום ההגדרה: $x\ge 0$ **(ביטוי בתוך השורש הריבועי חייב להיות אי-שלילי).**

תשובה: $x\ge 0$.

ב. (1) נמצא את שיפוע המשיק בנקודה A **, שבה** $x=4$.

$$f'(x)=-\frac{1}{2}\cdot 2x+2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\boxed{f'(x)=-x+\frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$f'(4)=-4+\frac{1}{\sqrt{4}}=-3.5$$

תשובה: שיפוע המשיק הוא -3.5 .

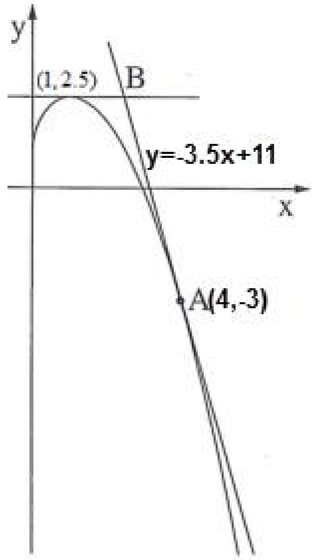
(2) נמצא את נקודת ההשקה: $y=-\frac{1}{2}\cdot 4^2+2\cdot\sqrt{4}+1=-3$ **ונקודת ההשקה היא** $A(4,-3)$ **.**

נמצא את משוואת המשיק בנקודה A **, על פי נקודה** $A(4,-3)$ **ושיפוע** $m=-3.5$ **.**

$$y-(-3)=-3.5(x-4)$$

$$y+3=-3.5x+14$$

$$\boxed{y=-3.5x+11}$$



תשובה: משוואת המשיק היא $y=-3.5x+11$ **.**

ג. נמצא את שיעורי נקודת המקסימום.

$$0=-x+\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$x=\frac{1}{\sqrt{x}}\quad ()^2$$

$$x^2=\frac{1}{x}$$

$$x^3=1$$

$$x=1\quad\to 0=-1+\frac{1}{\sqrt{1}}\quad\to 0=0\quad o.k.$$

$$y=-\frac{1}{2}\cdot 1^2+2\cdot\sqrt{1}+1=2.5\quad\to(1,2.5)$$

תשובה: שיעורי נקודת המקסימום הם $(1,2.5)$ **.**

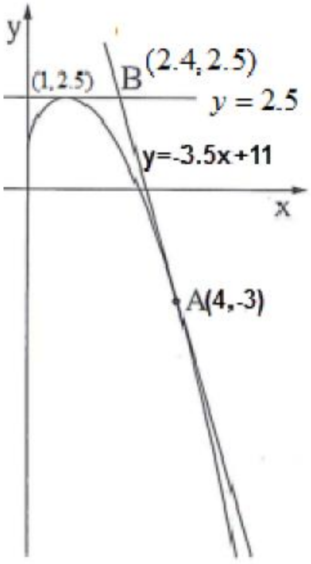
ד. (1) משוואת המשיק בנקודת המקסימום היא פונקציה קבועה ולכן היא $y = 2.5$ **.**

תשובה: משוואת המשיק היא $y = 2.5$ **.**

(2) נציב $y = 2.5$ **במשוואת המשיק בנקודה** A **.**

$$2.5 = -3.5x + 11$$
$$3.5x = 8.5$$
$$x = 2.4 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{B}(2.4, 2.5)}$$

תשובה: $\mathrm{B}(2.4, 2.5)$.



5

א. נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x)=3x^2-6$.

הישר $y=6x-14$ משיק לגרף הפונקציה בנקודה A , הנמצאת ברביע הרביעי.

(בשאלה המקורית, בבחינת הבגרות, הייתה טעות בזיהוי הרביע.)

(1) שיפוע המשיק בנקודה A הוא 6, כמו שיפוע המשיק $y=6x-14$.

תשובה: שיפוע המשיק הוא 6 .

(2) נמצא את שיעורי נקודת ההשקה.

תחילה נשווה את הנגזרת לשיפוע המשיק, ולאחר מכן נציב את ה- x במשוואת המשיק.

$$3x^2-6=6$$
$$3x^2=12$$
$$x^2=4$$
$$x=2 \quad \rightarrow y=6\cdot 2-14=-2 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{A}(2,-2)}$$
$$\cancel{x=-2}$$

הנקודה $(2,-2)$ נמצאת ברביע הרביעי.

$x=-2$ אינו ברביע הרביעי.

תשובה: שיעורי נקודת ההשקה הם $\mathrm{A}(2,-2)$.

ב. נמצא את $f(x)$.

$$f(x)=\int(3x^2-6)\,dx$$
$$f(x)=\frac{3x^3}{3}-6x+c$$
$$f(x)=x^3-6x+c$$

נציב את שיעורי הנקודה $\mathrm{A}(2,-2)$ ונמצא את c , קבוע האינטגרציה.

$$-2=2^3-6\cdot 2+c$$
$$-2=-4+c$$
$$\boxed{2=c}$$

והפונקציה היא: $f(x)=x^3-6x+2$.

תשובה: $f(x)=x^3-6x+2$.

6

א. x **הוא אורך הצלע של הריבועים.**

שטח כל אחד מהריבועים הוא x^2 **.**

אורך המלבן המקווקו הוא $8-x$**, ורוחבו** $6-2x$**.**

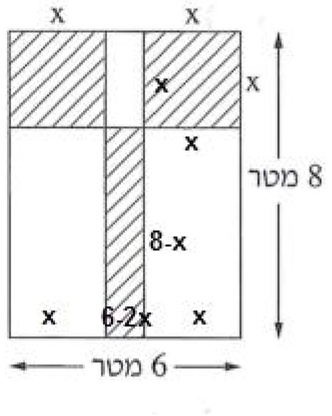
שטח המלבן המקווקו הוא $(8-x)(6-2x)=48-16x-6x+2x^2=2x^2-22x+48$**.**

השטח המקווקו, כולו, הוא : $x^2+x^2+2x^2-22x+48=4x^2-22x+48$**.**

תשובה: השטח המקווקו הוא $4x^2-22x+48$.

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא שטח הדשא.

ולכן הפונקציה היא: $\boxed{S=4x^2-22x+48}$



נמצא נקודת קיצון:

$$\boxed{s'=8x-22}$$
$$0=8x-22$$
$$-8x=-22 \quad /:8$$
$$\boxed{x=2.75}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$S'(2.7)=8\cdot2.7-22<0, \quad S'(2.8)=8\cdot2.8-22>0$

x	3	2.8	2.75	2.7	0
S'	🟥	+	0	-	🟥
מסקנה	🟥	↗	**Min**	↘	🟥

תשובה: $x=2.75$ **, עבורו שטח הדשא יהיה מינימלי.**

ב. המחיר של שתילת 1 **מ"ר דשא הוא** 60 **שקל.**

השטח המינימלי, עבור $x=2.75$ **, הוא** 17.75 **מ"ר** $=S(2.75)=4\cdot2.75^2-22\cdot2.75+48$ **.**

המחיר המינימלי של שתילת דשא הוא: 1065 **שקל** $=17.75\cdot60$**.**

תשובה: המחיר המינימלי של שתילת דשא הוא: 1065 **שקל.**