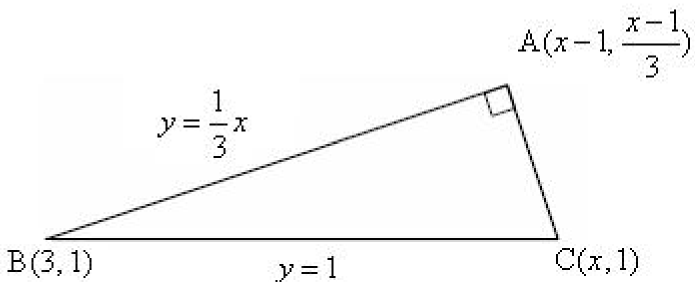


א. שיעור ה- x **של קדקוד** B **הוא** 3**.**

נציב $x=3$ **משוואת הצלע** AB $y=\frac{1}{3}x$ **:**

$$y=\frac{1}{3}\cdot 3=1$$

ובהתאם: שיעורי הנקודה $B(3,1)$ **.**

הצלע BC **מקבילה לציר ה-** x **ולכן משוואתה** $y=1$ **ובהתאם: שיעורי הנקודה** $C(x,1)$

שיעור ה- x **של קדקוד** C **גדול ב-** 1 **משיעור ה-** x **של קדקוד** A **, לכן** $A(x-1, \frac{x-1}{3})$

שיפוע AB **הוא** $\frac{1}{3}$ **ובהתאם שיפוע** AC **, הניצב המאונך, הוא** -3 **(שיפוע הופכי לנגדי)**

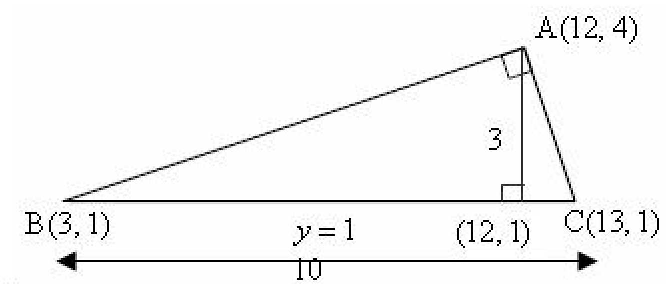
$$-3=\frac{\frac{x-1}{3}-1}{x-1-x} \quad \rightarrow \quad -3=\frac{\frac{x-1}{3}-1}{-1}$$

$$3=\frac{x-1}{3}-1 \quad \rightarrow 4=\frac{x-1}{3}$$

$$12=x-1 \quad \rightarrow x=13$$

$$\boxed{C(13,1)} \quad \rightarrow \boxed{A(12,4)}$$

תשובה: $A(12,4)$ **,** $B(3,1)$ **,** $C(13,1)$**.**



ב. כיוון שהצלע BC **מקבילה לציר ה-** x

הגובה מקביל לציר ה- y **והאורכים פשוטים לחישוב**

$$BC=13-3=10$$

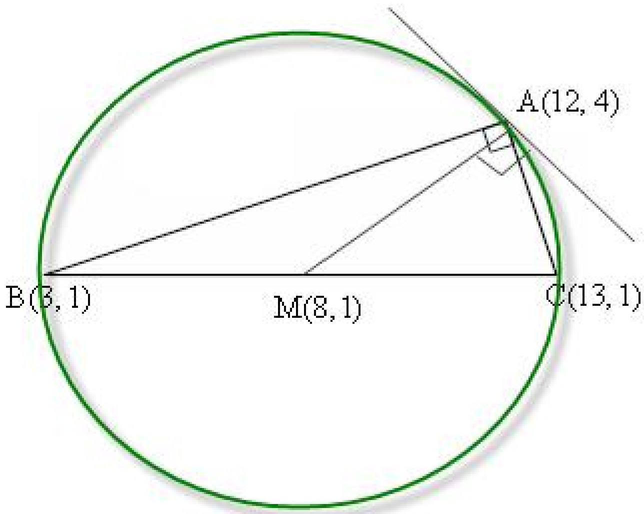
$$h=4-1=3$$

$$S=\frac{BC\cdot h}{2}=\frac{10\cdot 5}{2}=15$$

תשובה: שטח המשולש ABC **הוא** 15 **יח"ר**

ג. מרכז מעגל חוסם משולש ישר זווית הוא אמצע היתר

$$M(\frac{3+13}{2}, \frac{1+1}{2}) \quad \rightarrow M(8, 1)$$



המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה

$$m_{AM} = \frac{4-1}{12-8} = \frac{3}{4}$$

ושיפוע המשיק, הופכי ונגדי, הוא $-\frac{4}{3}$.

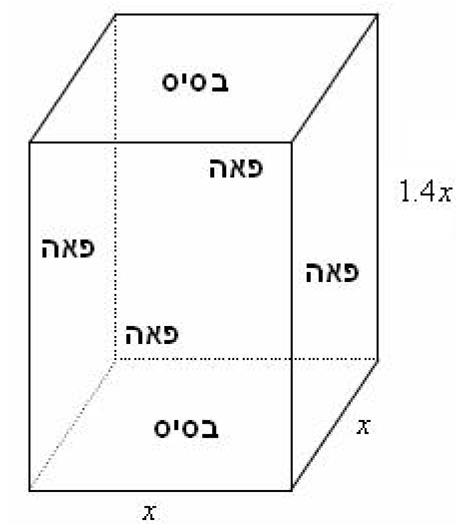
נמצא את משוואת המשיק:

$$y-4 = -\frac{4}{3}(x-12)$$

$$y-4 = -\frac{4}{3}x+16$$

$$\boxed{y = -\frac{4}{3}x+20}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y = -\frac{4}{3}x+20$



א. בסיס התיבה הוא ריבוע שצלעו נסמן ב- x (בסיס תחתון ובסיס עליון)

שטח בסיס אחד: $x \cdot x = x^2$

שטח שני הבסיסים: $2 \cdot x^2 = 2x^2$

כל פאה היא מלבן, שממדיו: x **ו-** $1.4x$ **(שתי פאות בצדדים, אחת מאחור ואחת לפנים)**

שטח פאה אחת: $x \cdot 1.4x = 1.4x^2$

שטח ארבע פאות: $4 \cdot 1.4x^2 = 5.6x^2$ **(כל הפאות זהות, כי הבסיס ריבוע)**

בהתאם שטח הפנים: סכום שטחי הבסיסים והפאות הצדדיות: $2x^2 + 5.6x^2 = 7.6x^2$

$$7.6x^2 = 1710$$
$$x^2 = 225$$
$$\boxed{x = 15} \quad \leftarrow x > 0$$

גובה התיבה : $1.4 \cdot 15 = 21$ **ס"מ.**

תשובה: אורך צלע הריבוע 15 **ס"מ, גובה התיבה :** 21 **ס"מ.**

ב. נפח התיבה : $15 \cdot 15 \cdot 21 = 4725$ **סמ"ק**

אורך מקצוע של צלע קובייה קטנה : $\frac{1}{5} \cdot 15 = 3$ **ס"מ**

נפח קובייה קטנה : $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$ **סמ"ר**

לכן: $\frac{4725}{27} = 175$

תשובה: ב- 175 **קוביות קטנות ניתן למלא את התיבה.**

א. $\frac{3}{4}=0.75$ **מהתלמידים בכיתה אוהבים שוקולד או גלידה.** :

$0.25=1-0.75=$ P(**לא אוהבים גלידה** ∩ **לא אוהבים שוקולד**) → $0.25=$ (**אוהבים שוקולד** ∪ **אוהבים גלידה**)P

תשובה: ההסתברות שהתלמיד שנבחר באקראי *לא* אוהב שוקולד וגם *לא* אוהב גלידה היא: 0.25 :

ב. נמצא כמה תלמידים יש בכיתה, כאשר נתון כי 9 **תלמידים *לא* אוהבים שוקולד וגם *לא* אוהבים גלידה**

$$0.25n=9 \quad /:0.25$$
$$n=36$$

תשובה: בכיתה: 36 **תלמידים** :

ג. נמצא את שתי ההסתברויות המדוברות בשאלה:

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי את ההסתברות למאורע של: " 2 **מ-** 5 **אוהבי שוקולד "**

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $p=p$, $n=5$, $k=2$

$$P_5(2)=\binom{5}{2}p^2(1-p)^{5-2}=10\cdot p^2(1-p)^3$$

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי את ההסתברות למאורע של: " 3 **מ-** 5 **אוהבי שוקולד "**

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $p=p$, $n=5$, $k=3$

$$P_5(3)=\binom{5}{3}p^3(1-p)^{5-3}=10\cdot p^3(1-p)^2$$

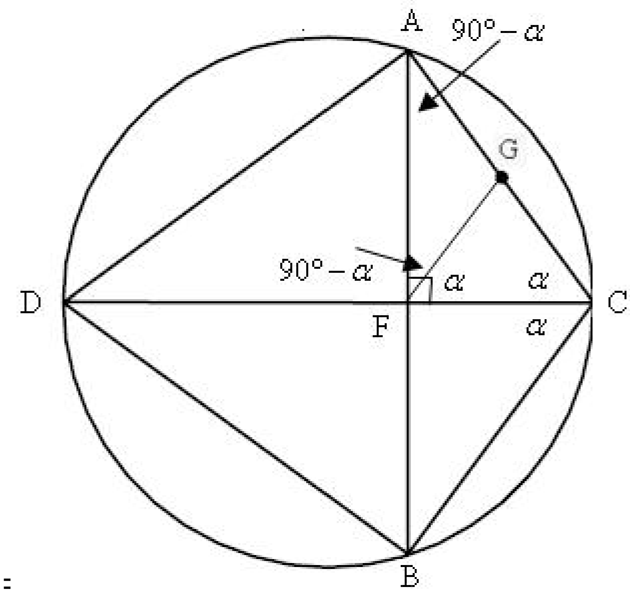
ובהתאם נשווה את ההסתברויות:

$$10\cdot p^2(1-p)^3=10\cdot p^3(1-p)^2 \quad /:10p^2(1-p)^2$$
$$1-p=p$$
$$-2p=-1$$
$$\boxed{p=0.5}$$

0.5 **מהתלמידים (** $\frac{1}{2}$ **מהתלמידים) אוהבי שוקולד**

$$0.5\cdot 36=18$$

תשובה: 18 **תלמידים מהכיתה אוהבים שוקולד .**



נתונים

$\angle DAC = \angle DBC$:

עבור ב:

$\angle ACD = \angle BCD$:

עבור ג:

$GF = AG$:

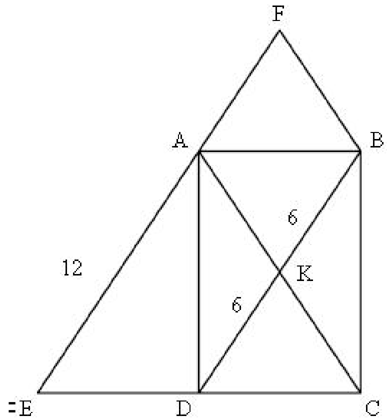
צ"ל:

א. DC **הוא קוטר** :

ב. $AB \perp CD$:

ג. $GF = GC$:

הסבר		טענה	נימוק
1	4	$\angle DAC = \angle DBC$	נתון
	5	$\angle DAC + \angle DBC = 180°$	סכום זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל $180°$
4, 5	6	$\angle DAC = \angle DBC = 90°$	חישוב
6	7	DC הוא קוטר	זווית היקפית ישרה נשענת על קוטר
מ.ש.ל. א			
2	8	$\angle ACD = \angle BCD = \sim$	נתון + סימון
6, 8	9	$\angle ADC = 90° - \sim$	סכום זוויות ב- ΔDAC הוא $180°$
	10	$\angle ABC = \angle ADC$	זוויות היקפיות שוות נשענות על אותה קשת
9, 10	11	$\angle ABC = 90° - \sim$	כלל המעבר
8, 11	12	$\angle BFC = 90°$	סכום זוויות ב- ΔFBC הוא $180°$
12	13	$AB \perp CD$	יש ביניהם זווית ישרה
מ.ש.ל. ב			
8, 12	14	$\angle CAF = 90° - \sim$	סכום זוויות ב- ΔCAF הוא $180°$
3	15	$GF = AG$	נתון
15	16	$\angle CAF = \angle AFG$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔAFG
14, 16	17	$\angle AFG = 90° - \sim$	כלל המעבר
12, 17	18	$\angle GFC = \sim$	הפרש זוויות
4, 18	19	$\angle GFC = \angle ACF$	כלל המעבר
19	20	$GF = GC$	מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ΔAFG
מ.ש.ל. ג			



נתונים:

1. ABCD **מלבן**:

2. AE || BD   3. BF || AC :

עבור ג

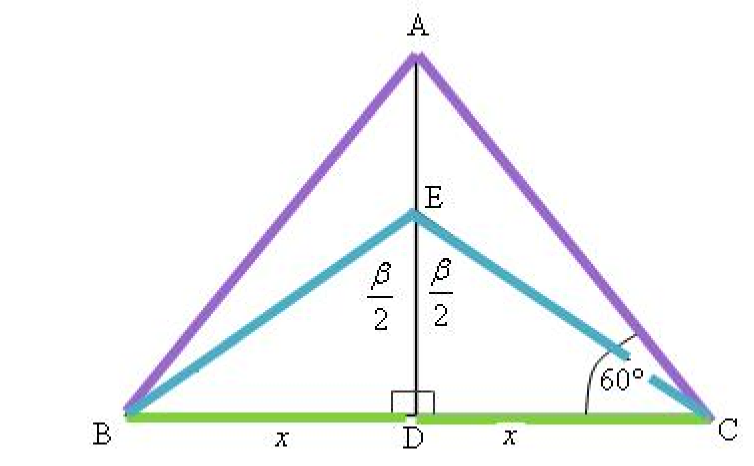
4. 12 **ס"מ** = AE

צ"ל:

א. ED = DC :

ב. FBKA **מעוין**   **ג. היקף המעוין** FBKA .

הסבר		טענה	נימוק
1	**5**	ABCD **מלבן**	**נתון**
5	**6**	AB || CD	**צלעות נגדיות מקבילות במלבן**
6	**7**	AB || DE	**המשכים של ישרים מקבילים**
2	**8**	AE || BD	**נתון**
7, 8	**9**	ABDE **מקבילית**	**שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות**
	10	AB = DE	**צלעות נגדיות שוות במקבילית**
5	**11**	AB = DC	**צלעות נגדיות שוות במלבן**
10, 11	**12**	ED = DC	**כלל המעבר**
		מ.ש.ל. א	
8	**13**	AF || BK	**המשכים של ישרים מקבילים**
3	**14**	BF || AC	**נתון**
14	**15**	BF || AK	**חלקים מישרים מקבילים**
14, 15	**16**	FBKA **מקבילית**	**שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות**
5	**17**	AC = BD	**אלכסוני המלבן שווים זה לזה**
17	**18**	$\frac{AC}{2} = \frac{BD}{2}$	**כלל החילוק**
4, 17	**19**	AK = BK	**אלכסוני המלבן חוצים זה את זה**
19	**20**	FBKA **מעוין**	**מקבילית עם זוג צלעות סמוכות שוות**
		מ.ש.ל. ב	
4	**21**	12 **ס"מ** = AE	**נתון**
9, 21	**22**	12 **ס"מ** = BD	**צלעות נגדיות שוות במקבילית + הצבה**
5, 22	**23**	6 **ס"מ** = BK	**אלכסוני המלבן חוצים זה את זה וחישוב**
20, 23	**24**	**היקף המעוין** FBKA 24 **ס"מ**	**צלעות המעוין שוות זו לזו + חישוב**
		מ.ש.ל. ג	



א. ΔABC ‏ ‏לכן כל זוויותיו בנות $60°$

AD **הוא גובה, לכן גם תיכון וחוצה זווית.**

נסמן $BD = CD = x$

$\underline{\Delta ADC}$

$\tan 60° = \frac{AD}{x} \quad \rightarrow \boxed{AD = x\sqrt{3}}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{2x \cdot x\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \boxed{S_{\Delta ABC} = x^2\sqrt{3}}$

ב- ΔBEC **,** DE **הוא תיכון וגם גובה.**

לכן המשולש שווה שוקיים ו- DE **הוא גם חוצה זווית הראש.**

$\underline{\Delta BED}$

$\tan \frac{}{2} = \frac{x}{ED} \quad \rightarrow ED \tan \frac{}{2} = x$

$\boxed{ED = \frac{x}{\tan \frac{}{2}}}$

$S_{\Delta EBC} = \frac{2x \cdot \frac{x}{\tan \frac{}{2}}}{2} \quad \rightarrow \boxed{S_{\Delta EBC} = \frac{x^2}{\tan \frac{}{2}}}$

$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta EBC}} = \frac{x^2\sqrt{3}}{\frac{x^2}{\tan \frac{}{2}}}$

$\boxed{\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta EBC}} = \sqrt{3} \tan \frac{}{2}}$

תשובה: $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta EBC}} = \sqrt{3} \tan \frac{}{2}$

ב. נתון כי $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta EBC}} = \sqrt{3}$

$\sqrt{3} = \sqrt{3} \tan \frac{}{2}$

$\tan \frac{}{2} = 1$

$\frac{}{2} = 45° \quad \rightarrow \boxed{\ = 90°}$

ובהתאם ΔBEC **הוא ישר זווית ושווה שוקיים, ולכן** $\boxed{ED = DC}$

תשובה: $= 90°$ **,** $ED = DC$ **הוכח !!!**

א. (1) $f(x)=\frac{x^2}{x-a}$, $a\neq 0$

תחום ההגדרה של הפונקציה: $\boxed{x\neq a}$ $x-a\neq 0\rightarrow$

נמצא את שיעורי הנקודות בהן מתאפסת נגזרת הפונקציה.

$$\boxed{f(x)=\frac{x^2}{x-a}}$$

$$f'(x)=\frac{2x(x-a)-1\cdot(x^2)}{(x-a)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^2-2ax-x^2}{(x-a)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x^2-2ax}{(x-a)^2}}$$

$$0=\frac{x^2-2ax}{(x-a)^2}$$

$$0=x(x-2a)$$

$$x=0\quad\rightarrow f(0)=\frac{0^2}{0-a}=0\quad\rightarrow\boxed{(0,0)}$$

$$x=2a\quad\rightarrow f(2a)=\frac{(2a)^2}{2a-a}=\frac{4a^2}{a}=4a\quad\rightarrow\boxed{(2a,4a)}$$

תשובה: $(0,0)$, $(2a,4a)$

(2) הנקודה $(2a,4a)$ **נמצאת על הישר** $y=x+4$ **(ברור ש-** $(0,0)$ ***לא* על הישר)**

$$4a=2a+4\quad\rightarrow 2a=4$$

$$a=2\quad\rightarrow(4,8)$$

$$x\neq 2,\quad f(x)=\frac{x^2}{x-2}\ ,\ f'(x)=\frac{x^2-4x}{(x-2)^2}$$

נמצא את סוג נקודות הקיצון: $(4,8)$ $(0,0)$**, ותחומי עלייה וירידה (מכנה הנגזרת חיובי)**

$$f'(1)=1^2-4\cdot1<0\qquad f'(-1)=(-1)^2-4\cdot(-1)>0$$

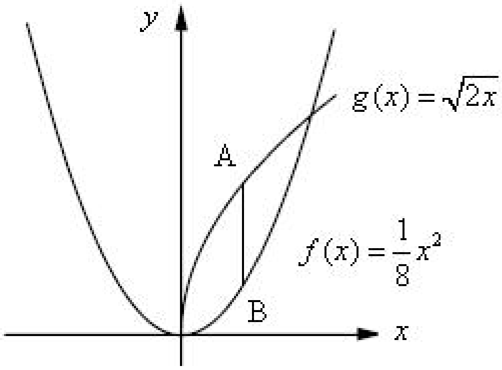
$$f'(5)=5^2-4\cdot5>0\qquad f'(3)=3^2-4\cdot3<0$$

x	5	4	3	2	1	0	-1
y	+	0	-		-	0	+
מסקנה	↗	Min	↘		↘	Max	↗

תשובה: $(0,0)$ **מקסימום,** $(4,8)$ **מינימום.**

ג. תחומי עלייה : $x>4$ **או** $x<0$ **, תחומי ירידה:** $2<x<4$ **או** $0<x<2$

א. הפונקציה שיש להביא *למקסימום היא אורך הקטע* AB.



נשווה את הפונקציות למציאת תחום הבעיה:

$$\frac{1}{8}x^2=\sqrt{2x} \quad (\ )^2$$
$$\frac{x^4}{64}=2x \quad \to x^4=128x$$
$$x^4-128x=0 \quad \to x(x^3-128)=0$$
$$x=0, \quad x=\sqrt[3]{128}\approx 5.04$$

נזהה את הפונקציות באמצעות הצבת $x=1$ **, הנמצא בין שתי נקודות החיתוך, בתבנית שתי הפונקציות:**

$f(1)=\frac{1}{8}\cdot 1^2=\frac{1}{8}, \quad g(1)=\sqrt{2\cdot 1}=\sqrt{2}$ **, ולכן הזיהוי כפי שמתואר בציור משמאל.**

נסמן את הנקודה A **עם השיעורים** $A(t,\sqrt{2t})$. **מכיוון ו-** AB **מקביל לציר ה-** y **, הרי ש-** $B(t,\frac{1}{8}t^2)$

ובהתאם: $\boxed{AB=\sqrt{2t}-\frac{1}{8}t^2}$

$$(AB)'=\frac{2}{2\sqrt{2t}}-\frac{2t}{8}$$
$$\boxed{(AB)'=\frac{4-t\sqrt{2t}}{4\sqrt{2t}}}$$
$$0=4-t\sqrt{2t} \quad /\cdot 2t$$
$$t\sqrt{2t}=4 \quad \to 2t^3=16 \quad \to t^3=8$$
$$t=2 \quad \to 2\sqrt{2\cdot 2}=4 \quad \to 4=4\ o.k.$$
$$f(2)=\frac{1}{8}\cdot 2^2=0.5, \quad g(2)=\sqrt{2\cdot 2}=2$$
$$\boxed{A(2,2)} \quad \boxed{B(2,0.5)}$$

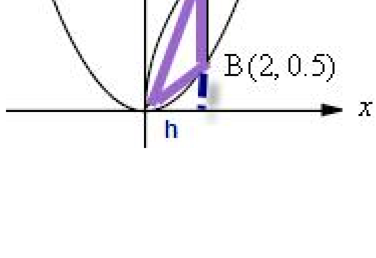
מכנה הנגזרת הראשונה חיובי, בתחום ההגדרה,

$$(AB)'(1)=4-1\sqrt{2\cdot 1}>0 \quad \to\nearrow \qquad (AB)'(3)=4-3\sqrt{2\cdot 3}<0 \quad \to\searrow$$

עבור $x=2$ **אורך הקטע** AB **מקסימלי.**

תשובה: A(2, 2) **,** B(2, 0.5).

ב. שטח המשולש ABO



$$S=\frac{AB\cdot h}{2}=\frac{(2-0.5)(2-0)}{2}=1.5$$

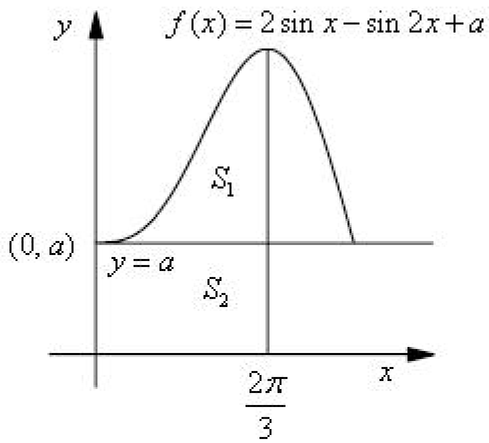
תשובה: שטח המשולש ABO **הוא** 1.5 **יח"ר**

נתונה הפונקציה $f(x)=2\sin x-\sin 2x+a$

א. נציב $x=0$ **ונקבל ו-** $f(0)=2\sin 0-\sin 2\cdot 0+a\rightarrow(0,a)$ **.**

כיוון שהישר מקביל לציר ה- x **, הרי שזו פונקציה קבועה, שמשוואתה** $y=a$

תשובה: $y=a$



	S_1
פונקציה עליונה	$f(x)=2\sin x-\sin 2x+a$
פונקציה תחתונה:	$y=a$
x **גדול**	$x=\frac{2\pi}{3}$
x **קטן**	$x=0$

נחשב את S_1 **:**

$$S_1=\int_0^{\frac{2\pi}{3}}(2\sin x-\sin 2x+\not{a}-\not{a})dx$$

$$S_1=-2\cos x+\frac{\cos 2x}{2}\Big]_0^{\frac{2\pi}{3}}$$

$$S_1=(-2\cos\frac{2\pi}{3}+\frac{\cos 2\cdot\frac{2\pi}{3}}{2})-(-2\cos 0+\frac{\cos 2\cdot 0}{2})$$

$$S_1=(1-0.25)-(-2+0.5)$$

$$\boxed{S_1=2.25}$$

תשובה: $S_1=$ 2.25 **יח"ר**

ב. S_2 **הוא מלבן ששטחו:** $S_2=\frac{2\pi}{3}\cdot a$

בהתאם: $\frac{2\pi}{3}\cdot a=\pi$

$$\boxed{a=1.5}$$

תשובה: $a=1.5$ **.**