תחילה נמצא את גורם הדעיכה.

במשך 4 **שנים ירדה כמות החומר הרדיואקטיבי מ-** 250 **גרם ל-** 200 **גרם.**

$$200 = 250 \cdot q^4 \quad / : 250$$
$$0.8 = q^4$$
$$q = \sqrt[4]{0.8}$$
$$\boxed{q = 0.9457}$$

נחשב כמה שנים עברו מהרגע שכמות החומר הרדיואקטיבי הייתה 1000 **גרם,**

עד שנותרה כמו של 250 **גרם.**

$$250 = 1000 \cdot 0.9457^t \quad / : 1000$$
$$0.25 = 0.9457^t$$
$$\ell n\, 0.25 = \ell n\, 0.9457^t$$
$$\ell n\, 0.25 = t \ell n\, 0.9457$$
$$t = \frac{\ell n\, 0.25}{\ell n\, 0.9457}$$
$$\boxed{t = 24.85}$$

תשובה כעבור 24.85 **שנים .**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}-2x$ **.**

בנקודה שבה $x=0$ **העבירו משיק. נמצא את משוואת המשיק.**

$f(0)=\frac{1}{2}e^{2\cdot 0}-e^{0}-2\cdot 0=-0.5$ **, ולכן** $(0,-0.5)$ **שיעורי נקודת ההשקה.**

$f'(x)=e^{2x}-e^{x}-2$ **,** $f'(0)=e^{2\cdot 0}-e^{0}-2=-2$ **, ולכן** -2 **הוא שיפוע המשיק.**

$$y-(-0.5)=-2(x-0)$$

$$\boxed{y=-2x-0.5}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-2x-0.5$ **.**

ב. נמצא את שיעור ה- x **של נקודת המינימום, בה מתקיים** $f'(x)=0$ **.**

$$0=e^{2x}-e^{x}-2$$

$$(e^{x})_{1,2}=\frac{1\pm 3}{2}$$

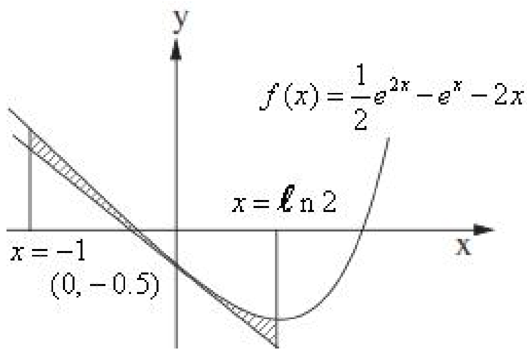
$$e^{x}=2 \quad \rightarrow x=\ell n\,2$$

$$\cancel{e^{x}=-1} \quad \leftarrow e^{x}>0$$

תשובה: $x=\ell n\,2$ **.**

ג. נמצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}-2x$ **, המשיק, והישרים** $x=\ell n\,2$ **ו-** $x=-1$ **.**

הפרש פונקציות: $\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}-2x-(-2x-0.5)=\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}-2x+2x+0.5=\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}+0.5$



$$S=\int_{-1}^{\ell n 2}\left(\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}+0.5\right)dx$$

$$S=\frac{e^{2x}}{4}-e^{x}+0.5x\Big]_{-1}^{\ell n 2}$$

$$S=\left(\frac{e^{2\cdot \ell n 2}}{4}-e^{\ell n 2}+0.5\cdot \ell n\,2\right)-\left(\frac{e^{2\cdot(-1)}}{4}-e^{-1}+0.5\cdot(-1)\right)$$

$$S=(-0.6534)-(-0.834)$$

$$\boxed{S=0.181}$$

תשובה: גודל השטח המבוקש הוא 0.181 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{a\ell n\,x}{x^2}$ **,** a **פרמטר שונה מאפס.**

על פי הגדרת פונקצית ה- ℓn **נקבל** $x>0$ **ולכן** $x>0$

הפונקציה אינה מוגדרת כאשר המכנה מתאפס: $x\neq 0$

תשובה: $x>0$.

ב. נתון כי שיפוע המשיק בנקודה שבה $f(x)=0$ **הוא** 3 **.**

נמצא את שיעור ה- x **של נקודת ההשקה.**

$$0=\frac{a\ell n\,x}{x^2}$$

$$0=\ell n\,x$$

$$x=1$$

בהתאם, $f'(1)=3$

$$f'(x)=a\cdot\frac{\frac{x^2}{x}-2x\ell n\,x}{x^4}$$

$$3=a\cdot\frac{1-2\cdot 1\cdot\ell n 1}{1^4}$$

$$\boxed{a=3}$$

תשובה: $a=3$ **, ובהתאם:** $f(x)=\frac{3\ell n\,x}{x^2}$

ג. נמצא את שיעור נקודת הקיצון ואת סוגה.

$$f'(x)=3\cdot\frac{\frac{x^2}{x}-2x\ell n\,x}{x^4}$$

$$\boxed{f'(x)=3\cdot\frac{x-2x\ell n\,x}{x^4}}$$

$$0=x-2x\ell n\,x \quad /:x>0$$

$$0=1-2\ell n\,x$$

$$\ell n\,x=0.5$$

$$x=\sqrt{e}\quad\rightarrow y=\frac{3\ell n\sqrt{e}}{\sqrt{e}^2}=\frac{3\cdot 0.5}{e}=\frac{3}{2e}\quad\rightarrow(\sqrt{e},\frac{3}{2e})$$

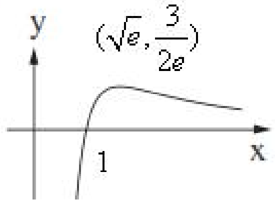
נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי).

$$f'(1.6)=+\cdot\frac{1.6-2\cdot1.6\cdot\ell n1.6}{+}=0.096>0,\quad f'(1.7)=+\cdot\frac{1.7-2\cdot1.7\cdot\ell n1.7}{+}=-0.104<0$$

x	1.7	$\sqrt{e}=1.648$	1.6	0
y'	-	0	+	
מסקנה	↘	Max	↗	

תשובה: $(\sqrt{e},\frac{3}{2e})$ מקסימום.

II



ד. על פי סעיפים א-ג, הסקיצה המתאימה היא של גרף II .

הגרף מתאים לתחום ההגדרה, נקודת המקסימום $(\sqrt{e},\frac{3}{2e})$ מתאימה,

וגם נמצאה רק נקודת חיתוך אחת עם ציר ה- x בה $x=1$.

ה. הערך המקסימלי של הפונקציה הוא $\frac{3}{2e}=0.5518$, ולכן אין פתרון למשוואה $\frac{3\ell n x}{x^2}=1$.

תשובה: אין פתרון.

א. בסיס הפירמידה $EABCD$ **הוא מלבן.**

כיוון שהאלכסונים במלבן חוצים זה את זה, הרי ש- ΔOAB **שווה שוקיים.**

הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה היא $\sphericalangle EBO$ **,**

שהיא הזווית שבין המקצוע צדדי EB **להיטל שלו על הבסיס** OB **.**

$\underline{\Delta EBO}$

$$\tan \sphericalangle EBO = \frac{EO}{BO}$$

$$\tan 30° = \frac{10}{BO}$$

$$\boxed{BO = 17.32}$$

משולש BCO **הוא שווה שוקיים. זווית הראש היא בת** $180° - 120° = 60°$**.**

מכאן שהמשולש שווה צלעות.

תשובה: אורך המקצוע BC **הוא** 17.32 **ס"מ.**

ב. נוריד גובה OZ **לבסיס** BC **ולכן הוא גם תיכון וחוצה זווית הראש.**

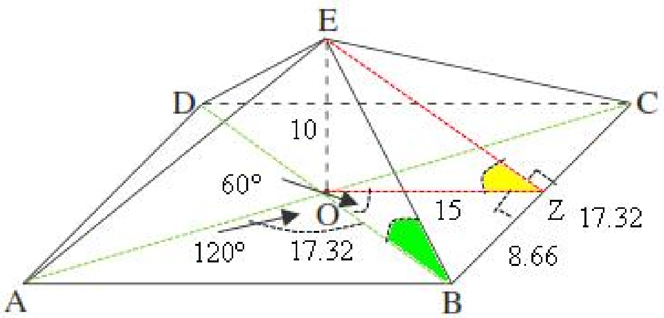
$$BZ = \frac{BC}{2} = \frac{17.32}{2} = 8.66 \text{ ס"מ}$$

על פי משפט פיתגורס, ב- ΔBOZ **:**

$$17.32^2 = (OZ)^2 + 8.66^2$$

$$225 = (OZ)^2$$

$$OZ = 15 \text{ ס"מ}$$



כיוון ש- Z **אמצע המקצוע** BC **,**

הרי ש- EZ **הוא תיכון בפאה** EBC **שוות השוקיים**

(המקצועות הצדדיים שווים זה לזה),

ולכן EZ **הוא הגובה ל-** BC **בפאה** EBC .

$\underline{\Delta EOZ}$

$$\tan \sphericalangle EZO = \frac{EO}{OZ}$$

$$\tan \sphericalangle EZO = \frac{10}{15}$$

$$\boxed{\sphericalangle EZO = 33.69°}$$

תשובה: הזווית שבין הגובה ל- BC **בפאה** EBC **היא בת** $33.69°$ **.**