א. נתונה מערכת המשוואות של שני ישרים:

$$f(x)=-\frac{a^2+8}{a}x+a \quad ,a\neq 0$$

$$g(x)=4-6x$$

נמצא את נקודת החיתוך של שני הישרים (לאור הדרישה בסעיף ב),
ותוך כדי כך את התנאי לקיומה, או להקבלת הישרים ללא התלכדותם.

$$-\frac{a^2+8}{a}x+a=4-6x$$
$$-(a^2+8)x+a^2=4a-6ax$$
$$-a^2x-8x+6ax=4a-a^2$$
$$-(a^2-6a+8)x=4a-a^2$$
$$\underline{-(a-2)(a-4)x=a(4-a)}$$

עבור $a=2$ **נקבל פסוק שקר,** $(0x=4)$

ובמקרה זה שני הישרים מקבילים ואינם מתלכדים ($f(x)=-\frac{2^2+8}{2}x+2 \quad \rightarrow f(x)=-6x+2$ **)**

עבור $a=4$ **נקבל פסוק אמת,** $(0x=0)$

ובמקרה זה שני הישרים מתלכדים ($f(x)=-\frac{4^2+8}{4}x+4 \quad \rightarrow f(x)=-6x+4$ **)**

תשובה: (1) $a\neq 0,2,4$ **(2)** $a=2$

ב. (1) נמשיך במציאת נקודת החיתוך בין הישרים:

$$-(a-2)(a-4)x=a(4-a)$$
$$\boxed{x=\frac{a}{a-2}}$$
$$y=4-\frac{6a}{a-2}$$
$$y=\frac{4a-8-6a}{a-2}$$
$$y=\frac{-2a-8}{a-2}$$
$$\boxed{y=\frac{2a+8}{2-a}}$$
$$\boxed{(\frac{a}{a-2},\frac{2a+8}{2-a}),\quad a\neq 0,2,4}$$

נתון כי סכום השורשים של נקודת החיתוך בין שני הישרים הוא 1.

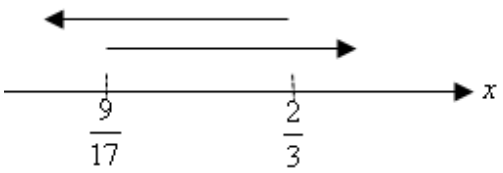
$$\frac{a}{a-2}+\frac{2a+8}{2-a}=1$$
$$\frac{a}{a-2}-\frac{2a+8}{a-2}=1$$
$$a-2a-8=a-2$$
$$-2a=6$$
$$\boxed{a=-3}$$

תשובה: $a=-3$

(2) נרשום את משוואות הישרים, עבור $a=-3$ ונבדוק מתי הם מעל לציר ה- x, כלומר שערכי ה- y חיוביים

$$f(x)=-\frac{(-3)^2+8}{-3}x+(-3) \quad \rightarrow f(x)=5\frac{2}{3}x-3$$
$$5\frac{2}{3}x-3>0 \quad \rightarrow 5\frac{2}{3}x>3 \quad \rightarrow x>\frac{9}{17}$$

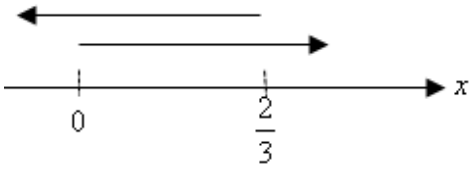
$$g(x)=4-6x \quad \rightarrow 4-6x>0 \quad \rightarrow -6x>-4 \quad \rightarrow x<\frac{2}{3}$$



תשובה: כן, קיימים ערכי x בתחום $\frac{9}{17}<x<\frac{2}{3}$

(3) על מנת שגרף הפונקציה $g(x)$ יהיה ברביע הראשון, נדרש $x>0$ וגם $y>0$ (כלומר $x<\frac{2}{3}$ ע"פ סעיף ב(2))

תשובה: $0<x<\frac{2}{3}$



א. נתונה סדרה חשבונית שיש בה 194 **איברים.**

האיבר השביעי קטן ב- 12 **מהאיבר הרביעי**

$$a_7 + 12 = a_4$$
$$a_4 + 3d + 12 = a_4$$
$$3d = -12$$
$$\boxed{d = -4}$$

תשובה: הפרש הסדרה הנתונה הוא -4**.**

ב. הסדרה החדשה היא: $a_1, -a_2, a_3, -a_4, ..., a_{193}, -a_{194}$

נראה שניתן לפרק את הסדרה לשתי סדרות חשבוניות, כאשר בכל אחת $\frac{194}{2} = 97$ **איברים.**

סדרת האיברים במקומות האי-זוגיים: $a_{n+2} - a_n = a_n + 2d - a_n = 2d = -8$**,**

כלומר זו סדרה חשבונית, כי ההפרש קבוע, לא תלוי ב- n**.**

סדרת האיברים במקומות הזוגיים: $-a_{n+2} - (-a_n) = -(a_{n+2} - a_n) = -(-8) = 8$**,**

כלומר זו סדרה חשבונית, כי ההפרש קבוע, לא תלוי ב- n**.**

נרכז את נתוני שתי הסדרות המדוברות בטבלה מתאימה:

	מקומות אי-זוגיים	מקומות זוגיים
a_1	a_1	$-a_2 = -(a_1 - 4) = 4 - a_1$
d	-8	8
n	97	97

$$S_{new} = S_{odd} + S_{even}$$
$$S = \frac{97}{2}(2a_1 - 8 \cdot 96) + \frac{97}{2}(2 \cdot (4 - a_1) + 8 \cdot 96)$$
$$S = \frac{97}{2}(2a_1 - 768 + 8 - 2a_1 + 768)$$
$$S = \frac{97}{2} \cdot 8$$
$$S = 388$$

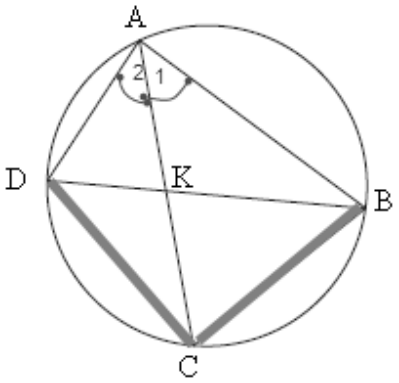
תשובה: סכום הסדרה החדשה 388**.**

<u>פתרון חלופי</u>: נרשום את איברי הסדרה החדשה בצורה הבאה: $a_1, b_2, a_3, b_4, ..., a_{193}, b_{194}$

מכאן נקבל ש: $a_n + b_{n+1} = a_n - a_{n+1} = a_n - (a_n - 4) = a_n - a_n + 4$

כלומר $a_n + b_{n+1} = 4$ **ומכיוון בסדרה יש** 97 **זוגות של איבר אי-זוגי ואיבר זוגי עוקב,**

הרי שסכומה $97 \cdot 4 = 388$



<u>נתונים</u>

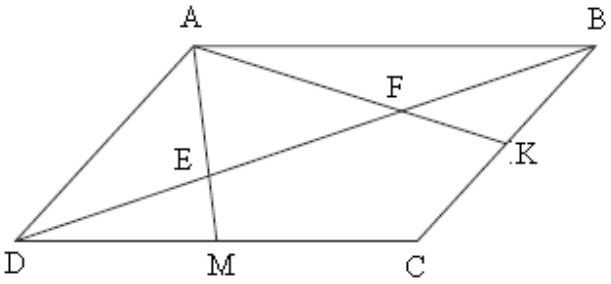
1. $DC = BC$

צ"ל: א. $AB \cdot DK = AK \cdot DC$

ב. $\Delta ADC \sim \Delta AKB$

ג. $AB \cdot DK = AD \cdot KB$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
	2	$\angle A_1 = \angle KDC$	**על אותה הקשת, $\overset{\frown}{BC}$,מונחות זוויות היקפיות שוות**
	3	$\angle DCA = \angle ABD$	**על אותה הקשת , $\overset{\frown}{AD}$,מונחות זוויות היקפיות שוות**
3 ,2	**4**	$\Delta AKB \sim \Delta DKC$	**משפט דמיון זווית זווית**
4	**5**	$\frac{AK}{DK} = \frac{AB}{DC} = \frac{KB}{KC}$	**יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים**
5	**6**	$AB \cdot DK = AK \cdot DC$	**חישוב**
מ.ש.ל. א			
1	**7**	$DC = BC$	**נתון**
7	**8**	$\overset{\frown}{DC} = \overset{\frown}{BC}$	**למיתרים שווים קשתות שוות**
8	**9**	$\angle A_1 = \angle A_2$	**על קשתות שוות מונחות זוויות היקפיות שוות**
9 ,3	**10**	$\Delta ADC \sim \Delta AKB$	**משפט דמיון זווית זווית**
מ.ש.ל ב			
10	**11**	$\frac{AD}{AK} = \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{KB}$	**יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים**
11	**12**	$AK \cdot DC = AD \cdot KB$	**חישוב**
12 ,6	**13**	$AB \cdot DK = AD \cdot KB$	**כלל מעבר**
מ.ש.ל. ג			



<u>נתונים</u>

1. ABCD **מקבילית**

2. $CM = DM = \frac{CD}{2}$ **3.** $BK = CK = \frac{BC}{2}$

עבור ג **3.** $S_{\Delta MED} =$ **סמ"ר** 8

צ"ל: א. (1) $\frac{DE}{EB} = \frac{DM}{AB}$ **(2)** $\frac{DE}{EB}$ **ב.**

ג. $S_{\Delta AED}$ $\frac{FB}{DF} = \frac{1}{2}$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	4	ABCD **מקבילית**	**נתון**
4	5	$AB \parallel DC$	**צלעות נגדיות מקבילות במקבילית**
5	6	$\frac{DE}{EB} = \frac{DM}{AB}$	**משפט תאלס הרחבה 2**
מ.ש.ל. א (1)			
2	7	$CM = DM = \frac{CD}{2}$	**נתון**
4	8	$CD = AB$	**צלעות נגדיות שוות במקבילית**
8 ,7	9	$DM = \frac{AB}{2}$	**כלל המעבר**
9 ,6	10	$\frac{DE}{EB} = \frac{1}{2}$	**הצבה**
מ.ש.ל א (2)			
14	11	$AD \parallel BC$	**צלעות נגדיות מקבילות במקבילית**
11	12	$\frac{FB}{DF} = \frac{BK}{AD}$	**משפט תאלס הרחבה 2**
3	13	$BK = CK = \frac{BC}{2}$	**נתון**
1	14	$AD = BC$	**צלעות נגדיות שוות במקבילית**
14 ,13	15	$BK = \frac{AD}{2}$	**כלל המעבר**
15 ,12	16	$\frac{FB}{DF} = \frac{1}{2}$	**הצבה**
מ.ש.ל. ב			
5	17	$\frac{DE}{EB} = \frac{DM}{AB} = \frac{ME}{AE}$	**משפט תאלס הרחבה 2**
17 ,10	18	$\frac{ME}{AE} = \frac{1}{2}$	**כלל מעבר**
18	19	$\frac{S_{\Delta MED}}{S_{\Delta AED}} = \frac{1}{2}$	**גובה משותף לצלעות ביחס של** $1:2$

3	**20**	$S_{\Delta MED}$ = **סמ"ר** 8	**נתון**
20 ,19	**21**	$S_{\Delta AED}$ = **סמ"ר** 16	**הצבה וחישוב**
מ.ש.ל ג			

א. נתון כי אם בוחרים באקראי 3 אנשים מעיר גדולה מאוד,
אז ההסתברות שלכול היותר 2 מהם אוהבים מוזיקה קלאסית היא 0.657.
הסתברות זו היא המאורע המשלים למאורע "3 בדיוק אוהבים מוזיקה קלאסית מתוך 3"

$$(\mathrm{P}(classical\ music\ lover))^3 = 1 - 0.657$$
$$(\mathrm{P}(classical\ music\ lover))^3 = 0.343$$
$$\mathrm{P}(classical\ music\ lover) = 0.7$$

תשובה: ההסתברות שאדם שנבחר באקראי מעיר זו אוהב מוזיקה קלאסית היא 0.7 .

ב. יש למצוא את ההסתברות שבדיוק 6 אנשים מתוך 10, מעיר זו שנבחרו באקראי, אוהבים מוזיקה קלאסית.
נחשב באמצעות נוסחת ברנולי את ההסתברויות המתאימות:
זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $n=10$, $k=6$, $p=0.7$ (על-פי סעיף א),

$$\mathrm{P}_{10}(6) = \binom{10}{6}(0.7)^6(1-0.7)^{10-6} = 210\cdot(0.7)^6(0.3)^4 = 0.20012$$

תשובה: ההסתברות היא 0.20012 .

ג. שתי הבחירות הן מאורעות בלתי תלויים, עם הסתברויות שוות.
נחשב באמצעות נוסחת ברנולי את ההסתברויות המתאימות:
זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $n=5$, $p=0.7$, $k=3$ (על-פי סעיף א),

$$(\mathrm{P}_{10}(7))^2 = \left[\binom{5}{3}(0.7)^3(1-0.7)^{5-3}\right]^2 = \left[10\cdot(0.7)^3(0.3)^2\right]^2 = 0.3087^2 = 0.0953$$

תשובה: ההסתברות היא 0.0953.

ד. יש למצוא את ההסתברות שבכל אחת מן הקבוצות יהיו בדיוק 3 אנשים שאוהבים מוזיקה קלאסית.
אם ידוע כי בשתי הקבוצות שנבחרו יש ביחד בדיוק 6 אנשים שאוהבים מוזיקה קלאסית.
ההסתברות בשתי הקבוצות שנבחרו יש ביחד בדיוק 6 אנשים שאוהבים מוזיקה קלאסית,
היא בדיוק ההסתברות שמתוך 10 שנבחרו באקראי יש 6 אוהבי מוזיקה קלאסית,
כי כאשר בוחרים 10, בוחרים 5 אנשים וברצף עוד 5 אנשים

$$\mathrm{P}(each\ team\text{-}3\ lovers\ /\ 6\ lovers\ out\ of\ 10) = \frac{\mathrm{P}(each\ team\text{-}3\ lovers \cap 6\ lovers\ out\ of\ 10)}{\mathrm{P}(6\ lovers\ out\ of\ 10)} = \frac{0.0953}{0.20012} = 0.4762$$

תשובה: ההסתברות היא 0.4762 .

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - **קבוצת המשתתפים בסקר**

A **- קבוצת העוסקים בספורט אתגרי** $\overline{A}$ **- קבוצת הלא עוסקים בספורט אתגרי**

D **- קבוצת הגברים** $\overline{D}$ **- קבוצת הנשים**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(A) = 0.4 \quad \rightarrow P(\overline{A}) = 0.6$$

$$P(\overline{D} / A) = 0.25 \quad \rightarrow P(D / A) = 0.75$$

$$P(A / D) = 0.6 \quad \rightarrow P(\overline{A} / D) = 0.4$$

(1) ניתן לראות כי $P(A / D) \neq P(A)$

תשובה: יש קשר סטטיסטי בין עיסוק בספורט אתגרי למין הנבדקים.

(2) מין הנבדק עשוי להיות הגורם לעיסוק בספורט אתגרי,

אם כי ייתכנו גורמים נוספים, כגון: מצב בריאותי, מצב כלכלי, מקום מגורים

תשובה: מין הנבדק עשוי להיות הגורם לעיסוק בספורט אתגרי.

<u>על פי נוסחת בייס:</u>

$$P(A / D) = \frac{P(D / A) \cdot P(A)}{P(D)}$$

$$0.6 = \frac{0.75 \cdot 0.4}{P(D)}$$

$$P(D) = 0.5$$

כלומר שאחוז הגברים שווה לאחוז הנשים ולכן היחס בין מספר הנשים למספר הגברים הוא 1**.**

תשובה: 1 **.**

ג.
$$\frac{P(\overline{D} / A)}{P(D / D)} = \frac{0.25}{0.75} = \frac{1}{3}$$

תשובה: היחס הוא $\frac{1}{3}$ **.**

ד. משתנה השיעור הבסיסי, בעוד שהאוכלוסייה לא משתנה,

$$\frac{P(\overline{D})}{P(D)} = \frac{N(\overline{D})}{N(D)} = \frac{700}{300} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{P(\overline{D} / A)}{P(D / A)} = \frac{P(A / \overline{D})}{P(A / D)} \cdot \frac{P(\overline{D})}{P(D)} = \frac{P(A / \overline{D})}{P(A / D)} \cdot \frac{7}{3}$$

הכופל הראשון לא השתנה כי האוכלוסייה נתונה, כאשר הכופל השני גדל פי $\frac{7}{3}$ **(מ-** 1 **ל-** $\frac{7}{3}$**)**

תשובה: נצפה לראות שהיחס יגדל פי $\frac{7}{3}$.