א. נתונה סדרה המקיימת את הכלל $a_{n+1}=a_n-2n+3$ **,**

מגדירים סדרה חדשה: $b_n=a_n+n^2$.

(2) נראה שהסדרה b_n **היא סדרה חשבונית.**

$$b_{n+1}-b_n=a_{n+1}+(n+1)^2-(a_n+n^2)$$
$$b_{n+1}-b_n=a_n-2n+3+n^2+2n+1-a_n-n^2$$
$$\boxed{b_{n+1}-b_n=4}$$

הסדרה חשבונית כי ההפרש בין כל איבר לזה שקודם לו (עבור $n\geq 2$**)**

הוא קבוע (אינו תלוי ב- n **), ולכן:** $d=4$ **.**

תשובה: הוכח.

ב. נתון $a_3=2$ **.**

נמצא את האיבר הראשון בסדרה b_n**.**

$$b_3=a_3+3^2$$
$$b_3=2+9$$
$$b_3=11$$
$$b_3=b_1+2d$$
$$11=b_1+2\cdot 4$$
$$\boxed{b_1=3}$$

נמצא את האיבר הכללי בסדרה b_n **.**

$$b_n=b_1+(n-1)d$$
$$b_n=3+(n-1)\cdot 4$$
$$b_n=3+4n-4$$
$$\boxed{b_n=4n-1}$$

תשובה: $b_n=4n-1$**.**

ג. נמצא את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים, בסדרה b_n **שבה** 31 **איברים.**

	איברים במקומות האי-זוגיים
A_1	$b_1=3$
D	$2d=8$
N	16

$$S_{16}=\frac{16\left[2\cdot 3+8(16-1)\right]}{2}=1{,}008$$

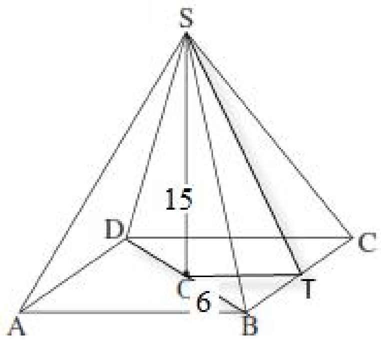
תשובה: סכום האיברים במקומות האי-זוגיים, בסדרה b_n, **הוא** $1{,}008$**.**

א. בסיס הפירמידה הישרה SABCD הוא ריבוע, שבו האלכסונים שווים וחוצים זה את זה.

הגובה, בפירמידה ישרה, יורד למרכז המעגל החוסם, ובמקרה זה למפגש אלכסוני הריבוע.

כיוון שהאלכסונים מאונכים, הרי ששטח הריבוע הוא חצי מכפלת האלכסונים.

נסמן ב- x את אורכי האלכסונים ולכן הגובה הוא $SO = 1.25x$, על פי הנתון.



$$V = \frac{0.5 \cdot AC \cdot BD \cdot SO}{3}$$

$$360 = \frac{0.5 \cdot x \cdot x \cdot 1.25x}{3}$$

$$1080 = 0.625x^3$$

$$1728 = x^3$$

$$\boxed{x = 12}$$

תשובה: אורך אלכסון הבסיס הוא 12 ס"מ.

ב. נחשב את הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס.

$OB = 12 : 2 =$ 6 ס"מ , $SO = 12 \cdot 1.25 =$ 15 ס"מ ,

$\underline{\Delta SOB}$

$$\tan\sphericalangle SBO = \frac{SO}{OB} = \frac{15}{6}$$

$$\sphericalangle SBO = 68.199°$$

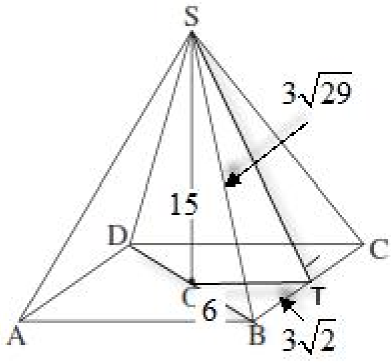
תשובה: הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס היא בת $68.199°$.

ג. נחשב את זווית הבסיס של פאה צדדית של הפירמידה.

$ST \perp BC$ **(בניית עזר) ולכן גם תיכון במשולש שווה השוקיים של הפאה.**

משפט פיתגורס ΔDCB **שהוא ישר זווית ושווה שוקיים:** $6\sqrt{2}$ **ס"מ** $= BC$ **ולכן** $3\sqrt{2}$ **ס"מ** $= BT$ **.**

משפט פיתגורס ΔSOB **:** $3\sqrt{29}$ **ס"מ** $= SB = \sqrt{6^2 + 15^2}$ **.**



<u>ΔSTB</u>

$$\cos\sphericalangle SBT = \frac{BT}{SB} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{29}}$$

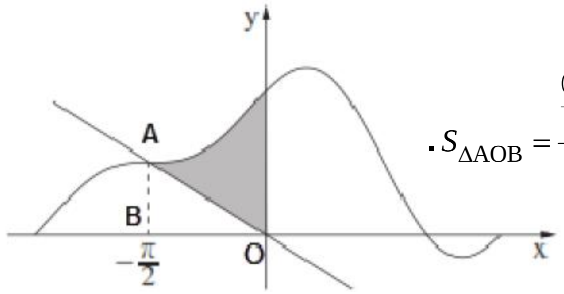
$$\sphericalangle SBT = 74.775^\circ$$

תשובה: זווית הבסיס של פאה צדדית היא בת 74.775° **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=a\cos x+\frac{1}{2}\sin 2x+1$ **בתחום** $-\pi\le x\le\pi$.

$$x_A=-\frac{\pi}{2}$$

$$f(-\frac{\pi}{2})=a\cos(-\frac{\pi}{2})+\sin(2\cdot(-\frac{\pi}{2}))+1=1$$



ולכן שיעורי הנקודה $A(-\frac{\pi}{2},1)$ **ושטח המשולש** $S_{\Delta AOB}=\frac{\frac{\pi}{2}\cdot 1}{2}=\frac{\pi}{4}$.

$$\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}=\left[\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0}(a\cos x+\frac{1}{2}\sin 2x+1)\,dx\right]-\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}=(a\sin x-\frac{\cos 2x}{4}+x)\Big]_{-\frac{\pi}{2}}^{0}$$

$$\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}-(-a+\frac{1}{4}-\frac{\pi}{2})$$

$$\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}+a-\frac{1}{4}+\frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{a=1}$$

תשובה: $a=1$.

ב. $f(x)=\cos x+\frac{1}{2}\sin 2x+1$

נמצא תחילה את נקודות הקצה, שעל פי הציור הנתון הן על ציר ה- x .

$$f(®)=\cos ®+\frac{1}{2}\sin(2\cdot ®)+1=0 \quad \rightarrow \boxed{(®,0)}$$

$$f(-®)=\cos(-®)+\frac{1}{2}\sin(2\cdot(-®))+1=0 \quad \rightarrow \boxed{(-®,0)}$$

נמצא נקודות קיצון פנימיות.

$$\boxed{f'(x)=-\sin x+\cos 2x}$$
$$0=-\sin x+\cos 2x$$
$$\sin x=\cos 2x$$
$$\cos(90°-x)=\cos 2x$$
$$90°-x=2x+360°k$$
$$-3x=-90°+360°k$$
$$\boxed{x=30°+120°k} \quad \rightarrow \boxed{x=\frac{®}{6}+\frac{2®}{3}k}$$
$$90°-x=-2x+360°k$$
$$x=-90°+360°k \quad \rightarrow \boxed{x=-\frac{®}{2}+2®k}$$

k	$x=\frac{®}{6}+\frac{2®}{3}k$	$x=-\frac{®}{2}+2®k$
0	$x=\frac{®}{6}$	$x=-\frac{®}{2}$
1	$x=\frac{5®}{6}$	

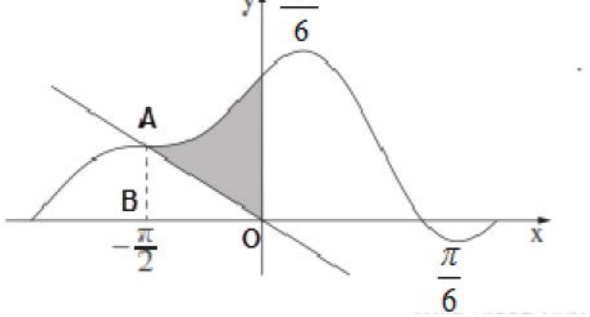
תשובות, על פי הסרטוט הנתון –

כאשר ניתן לראות שעבור $x=-\frac{®}{2}$ **יש נקודת פיתול, בה המשיק מקביל לציר ה- x .**

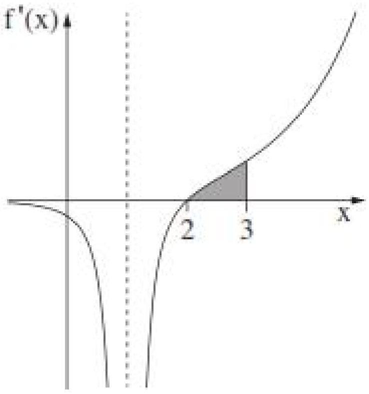
תשובה: $x=\frac{®}{6}$ **מקסימום,** $x=\frac{5®}{6}$ **מינימום.**

ג. בתחום הנתון קיימים שלושה משיקים, המקבילים לציר ה- x : בנקודות הקיצון הפנימיות ובנקודת הפיתול.

תשובה: שלושה משיקים.



א. על פי ציור גרף הנגזרת: $f\,'(2)=0$.



$$f(x)=\frac{e^{x-2}}{x-c}$$

$$f\,'(x)=\frac{e^{x-2}\cdot(x-c)-e^{x-2}}{(x-2)^2}$$

$$f\,'(x)=\frac{e^{x-2}(x-c-1)}{(x-2)^2}$$

$$0=2-c-1 \quad \leftarrow f\,'(2)=0$$

$$\boxed{c=1}$$

תשובה: $c=1$.

ב. $\boxed{f(x)=\frac{e^{x-2}}{x-1}}$

בתחום ההגדרה המכנה אינו מתאפס, ולכן $x\neq 1$ **.**

תשובה: $x\neq 1$.

ג. על פי ציור גרף הנגזרת – הנגזרת עוברת משליליות לחיוביות עבור $x=2$ **,**
ולכן הפונקציה עוברת מירידה לעליה ו- $x=2$ **הוא מינימום.**

$$f(2)=\frac{e^{2-2}}{2-1}=1 \quad \rightarrow \boxed{(2,1)}$$

תשובה: $(2,1)$ **מינימום.**

ד. נחשב את השטח המבוקש.

$$\int_2^3 f\,'(x)\,dx=f(x)\Big]_2^3=f(3)-f(2)=$$

$$=\frac{e^{3-2}}{3-1}-1=\boxed{\frac{e}{2}-1=0.3591}$$

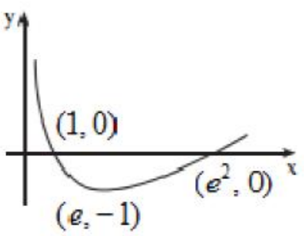
תשובה: גודל השטח הוא $\frac{e}{2}-1=0.3591$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=(\ell n\, x)^2-2\ell n\, x$.

הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית צ"ל חיובי, לכן תחום הגדרה $x>0$.

תשובה: $x>0$.

ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.



$$f'(x)=\frac{2\ell n\, x}{x}-\frac{2}{x}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2\ell n\, x-2}{x}}$$

$$2\ell n\, x-2=0$$

$$\ell n\, x=1 \quad \to x=e \quad \to f(e)=(\ell n\, e)^2-2\ell n\, e=1-2=-1$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(2)=\dfrac{2\ell n\, 2-2}{+}<0 \\ f'(3)=\dfrac{2\ell n\, 3-2}{+}>0 \end{array}\right\} \boxed{(e,-1)}, Min$$

תשובה: $(e,-1)$ **, מינימום.**

ג. נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

$$0=(\ell n\, x)^2-2\ell n\, x$$

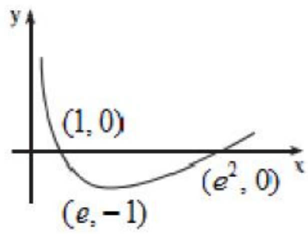
$$0=\ell n\, x(\ell n\, x-2)$$

$$\ell n\, x=0 \ \to \boxed{(1,0)}$$

$$\ell n\, x=2 \ \to \boxed{(e^2,0)}$$

תשובה: $(1,0)$ **,** $(e^2,0)$.

ד. סקיצה של גרף הפונקציה.



ה. הפונקציה חיובית, כאשר הגרף מעל ציר ה- x **:** $x>e^2$ **או** $0<x<1$.

$f'(x)$ **חיובית, כאשר** $f(x)$ **עולה:** $x>e$.

תשובה: $f(x)$ **חיובית ו-** $f'(x)$ **חיובית עבור** $x>e^2$.

ו. $g'(x)=f(x)$ **כאשר** $x>0$.

עבור $x=1$ **-** $g'(x)$ **עוברת מחיוביות לשליליות, ולכן** $x=1$ **מקסימום של** $g(x)$.

עבור $x=e^2$ **-** $g'(x)$ **עוברת משליליות לחיוביות, ולכן** $x=e^2$ **מינימום של** $g(x)$.

תשובה: $x=1$ **מקסימום של** $g(x)$ **,** $x=e^2$ **מינימום של** $g(x)$.